
Reglas de tres

La lección se enfoca en la aplicación de la regla de tres para calcular datos desconocidos tanto en relaciones de proporcionalidad directa como indirecta. Este procedimiento se trató de forma intuitiva en quinto grado, cuando se calculó un dato desconocido para los dos tipos de proporcionalidad. Sin embargo, en este caso se presentan las fórmulas de cálculo para aplicarlas en una forma más directa. Los procedimientos aplicados durante el estudio de la proporcionalidad directa e inversa que se abordaron en el nivel anterior son un conocimiento previo fundamental, pues son los que dan la base y justificación a lo que aplicarán en esta lección. Para retomar algunos de esos conceptos puede utilizar los ejemplos propuestos en estas tablas para cada uno de los casos.

→ Proporcionalidad directa: Dos cantidades son directamente proporcionales si al multiplicar o dividir una de ellas por un número, el valor de la otra se obtiene multiplicando o dividiendo por el mismo número.

Cantidad de piñas	1	2	3	4	5
Precio (balboas)	2	4	6	8	10

→ Proporcionalidad inversa: Dos cantidades son inversamente proporcionales si al multiplicar una de ellas por un número, el valor de la otra se obtiene dividiendo entre ese mismo número

Cantidad de gatos	2	4	5	10
Días para los que alcanza 1 kg de alimento	10	5	4	2

La primera clase de esta lección se enfoca en la regla de tres directa y se incluyen diversos problemas de situaciones muy cotidianas en las que se aplica este conocimiento, pues más que lograr un dominio del cálculo, se busca siempre desarrollar en el estudiante habilidades y competencias que le sean de utilidad en situaciones reales de la cotidianidad. La regla de tres directa se basa en la propiedad fundamental de las proporciones, y que establece lo siguiente:

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ entonces } a \times d = b \times c$$

En la segunda clase se plantea el procedimiento para la aplicación de la regla de tres inversas, dadas tres cantidades, para calcular una desconocida. De la misma manera se proponen problemas contextualizados que permitan valorar la importancia de saber aplicar este tipo de reglas al resolver situaciones diarias. La regla de tres inversas se basa en la propiedad de la proporcionalidad inversa, y que establece lo siguiente:

Si **a** y **b** están en la misma proporcionalidad inversa que **c** y **d**, entonces $a \times d = b \times c$.

Dos cantidades son directamente proporcionales, si al multiplicar o dividir una de ellas por un número, el valor de la otra se obtiene multiplicando o dividiendo por el mismo número.



- a. La cantidad total de galletas que hay es directamente proporcional a la cantidad de paquetes de galletas.

Cantidad de paquetes de galletas	1	2	3	4	5
Total de galletas	6	12	18	24	30

- b. El precio por pagar por cierta cantidad de camisetas es directamente proporcional a la cantidad de camisetas compradas.

Cantidad de camisetas	1	2	3	4	5
Precio (balboas)	10	20	30	40	50

2. Encuentra la constante de proporcionalidad directa, según la situación descrita en cada caso.

- a. En la siguiente tabla se muestra la relación entre la cantidad de personas que asisten a un cine y el precio total de las entradas.

El precio por pagar por cierta cantidad de camisetas es directamente proporcional a la cantidad de camisetas compradas.



Cantidad de personas	1	2	3	4	5	6
Total por pagar (balboas)	5	10	15	20	25	30

Constante de proporcionalidad (total / personas): 5

b. En la siguiente tabla se muestra la relación entre la cantidad de paquetes de arroz y el peso total en kilogramos.

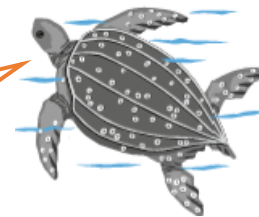
Paquetes de arroz	2	4	6	8	10	12
Peso total (kilogramos)	3	6	9	12	15	18



Constante de proporcionalidad (total / personas): 1.5

3. Completa las tablas que presentan relaciones entre dos cantidades inversamente proporcionales según la situación descrita en cada caso.3.

Dos cantidades son inversamente proporcionales si al multiplicar una de ellas por un número, el valor de la otra se obtiene dividiendo entre ese mismo número.



a. Las medidas de largo y ancho que puede tener un rectángulo de 64 cm² de

Medida del ancho (centímetros)	1	2	4	8	16
Medida del largo (centímetros)	64	32	16	8	4

b. La cantidad de bolsas con dulces que se pueden formar a partir de un paquete al repartir cierta cantidad en cada una.

Dulces por bolsa	5	6	8	10	12
Cantidad de bolsas	48	40	30	24	20

4. Encuentra la constante de proporcionalidad inversa, según la situación descrita en cada caso y describe qué representa esa constante.

- a. Una cubeta de agua se repartirá en botellas. La tabla presenta la cantidad de líquido que se debería colocar en cada una, dependiendo del número de botellas.



Cantidad de botellas	2	4	5	10
Cantidad de agua (litros)	10	5	4	2

Constante de proporcionalidad (botellas • litros): 20

La constante representa la cantidad total de litros de agua que contiene la cubeta

- b. Laura viajará, en su automóvil, desde su casa hasta la casa de su amiga. La tabla presenta el tiempo que tardaría en realizar el recorrido según la rapidez a la que viaje.



Rapidez (km/h)	120	100	80	60	40	30
Tiempo (horas)	0,5	0,6	0,75	1	1,5	2

Constante de proporcionalidad (rapidez • tiempo): 60

La constante representa la cantidad total de kilómetros que debe recorrer Laura.

1.2. Regla de tres directa

A. Analiza

Julia encontró en el supermercado el yogur de fresa en oferta y compró 6. Pagó por ellos 5,1 balboas. ¿Cuánto le costarían 8 yogures a ese mismo precio?

B. Soluciona

La cantidad de yogures y el precio están en una relación de proporcionalidad directa. Al aumentar el número de envases, el precio aumentará proporcionalmente. Si establecemos que P = precio de 8 yogures, entonces:

Cantidad de Yogures	6	8
Precio	5.1	P

Como la razón entre la cantidad de yogur y el precio siempre es la misma, se puede plantear la siguiente proporción:

$$1 \quad \frac{6}{5.1} = \frac{8}{P}$$

Donde el valor de P se calcula considerando la constante de proporcionalidad directa, que en este caso es $5,1 \div 6 = 0,85$.

$$P = 8 \times 0,85 = 6,8$$

R: Los 8 yogures le costarían 6,8 balboas.

2

C. Comprende

La **regla de tres** es una forma de resolver problemas entre tres valores conocidos y uno desconocido, estableciendo una relación de proporcionalidad entre ellos. Puede ser directa o inversa.

Regla de tres directa

La aplicación de la regla de tres directa se plantea de la siguiente forma: se igualan dos razones equivalentes, según la proporcionalidad dada, de manera que uno de los valores de la proporción corresponda al dato desconocido. Luego, se aplica la propiedad fundamental de las proporciones para calcular su valor.



Se obtiene una proporción cuando se igualan dos razones que son equivalentes.



Recuerda

La propiedad fundamental de las proporciones establece que si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $a \times d = b \times c$.

¿Qué pasaría?



Si el valor que se desconoce es algún numerador, entonces se aplica la regla de tres directa de la siguiente manera:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$a = b \times c \div d$$

o

$$a = \frac{b \times c}{d}$$

La **regla de tres directa** se representa de la siguiente manera:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow d = b \times c \div a \text{ o } d = \frac{b \times c}{a}$$

La forma usual de recordar la regla de tres es multiplicar en cruz los dos valores conocidos y dividir entre el valor restante.

Observa cómo se hace

Si se sabe que 3 monedas iguales pesan 18 g, se puede calcular el peso de 8 monedas iguales mediante la regla de 3.

→ El peso es directamente proporcional a la cantidad de monedas. Se ordenan los datos en una tabla y se utiliza la regla de tres directa:

N.º de monedas	3	8
Precio	18	d

$$\rightarrow \frac{3}{18} = \frac{8}{d}$$

$$d = \frac{18 \times 8}{3}$$

$$d = 48$$

R: Las 8 monedas pesan 48 g.

D. Resuelve

1. Calcula el valor desconocido en cada proporción aplicando la regla de tres.

a. $\frac{d}{18} = \frac{5}{6}$

$d = 15$

b. $\frac{11}{15} = \frac{d}{45}$

$d = 33$

c. $\frac{2}{d} = \frac{8}{20}$

$d = 5$

2. Si el perro de Lucrecia consumió 800 g de alimento en 5 días, ¿cuánto le durará un paquete de 4 kg?

O: $\frac{5 \times 4000}{800} = 25$

R: Le durará 25 días.

3. En la casa de la familia Barrios, debido a una fuga de agua se perdieron 2 litros de líquido en 8 horas. ¿Cuánta agua se desperdiciará en 24 horas?

O: $\frac{2 \times 24}{8} = 6$

R: Se desperdiciarán 6 litros de agua.

Para aplicar la regla de tres, todas las cantidades deben estar expresadas en la misma unidad de medida. En el problema 2 considera que 4 kg = 4000 g.



Sugerencias metodológicas

La proporción en **1** se plantea porque las cantidades de la tabla son directamente proporcionales; por lo tanto, según la propiedad de proporcionalidad directa, se sabe que el cociente entre cada pareja de cantidades correspondientes siempre será el mismo, por esa razón se cumple esa igualdad.

La regla de tres se basa en la propiedad fundamental de las proporciones mostrada en **2**. Pues al plantearse una proporción como $a/b = c/d$ se sabe que $a \times d = b \times c$ y a partir de esa igualdad se puede despejar cualquiera de las variables aplicando la operación inversa; es decir la división, como se muestra en **3**, $d = b \times c \div a$. Y de la misma manera puede despejarse (dejar sola a un lado del

1.3. Regla de tres inversa

A. Analiza

Si 6 albañiles tardan 5 horas en construir una pared, ¿cuánto tiempo tardarían 3 albañiles en realizar ese mismo trabajo?

B. Soluciona

La cantidad de albañiles y el tiempo están en una relación de proporcionalidad inversa. Al reducir el número de albañiles, el tiempo aumentará proporcionalmente. Si establecemos que T = tiempo con 3 albañiles, entonces se puede plantear la relación entre cantidades de la siguiente manera:

Cantidad de albañiles	6	3
Tiempo que tardan	5	T

Como el producto de la cantidad de albañiles por el tiempo que tardan siempre es el mismo, se puede plantear la siguiente igualdad:

$$6 \times 5 = 3 \times T$$

Donde el valor de T se calcula considerando la constante de proporcionalidad inversa, que en este caso es $6 \times 5 = 30$.

$$T = 30 \div 3 = 10$$

R: El tiempo que tardarían 3 albañiles en construir la pared son 10 horas.

Recuerda

La propiedad de la proporción inversa dice que el producto de dos cantidades inversamente proporcionales siempre es el mismo.

C. Comprende

Regla de tres inversa

Si se conocen dos cantidades inversamente proporcionales y una tercera, es posible determinar el valor de la cantidad desconocida que se relaciona con ese tercer valor. Para esto, se utiliza la propiedad de la proporcionalidad inversa y con base en esta se halla el valor desconocido. La regla de tres inversa se representa de la siguiente manera:

Cantidad A	\times a	c
Cantidad B	b	\div d

$$\rightarrow a \times b = c \times d \rightarrow d = a \times b \div c$$
$$d = \frac{a \times b}{c}$$

¿Qué pasaría?

Si el valor que se desconoce es algún numerador, entonces se aplica la regla de tres inversa de la siguiente manera:

$$a \times b = c \times d$$
$$a = c \times d \div b$$
$$a = \frac{c \times d}{b}$$

1

Observa cómo se hace

Si en una fábrica, 3 máquinas hornean 2000 galletas en 8 horas, es posible averiguar cuánto tiempo se tardará en hornear ese mismo número de galletas si una de las máquinas se descompone.

→ El número de máquinas y la cantidad de horas son inversamente proporcionales. Se ordenan los datos en una tabla y se utiliza la regla de tres inversa:

N.º de máquinas	\times 3	2
Tiempo (horas)	8	\div d

$$\rightarrow d = \frac{3 \times 8}{2}$$

→ R: Si se daña una máquina, se tardarán 12 horas en hornear las 2000

D. Resuelve

1. Calcula el valor desconocido en cada tabla aplicando la regla de tres inversa. → Considera que las cantidades son inversamente proporcionales.

a.

Cantidad A	8	d
Cantidad B	6	14

$$d = 4$$

b.

Cantidad A	3	5
Cantidad B	d	6

$$d = 10$$

2. La madre de Alonso tardó 49 minutos en llegar de Colón a Panamá en su moto, a una velocidad promedio de 80 km/h. ¿Cuánto tardaría si viaja a 70 km/h?



$$O: \frac{49 \times 80}{70} = 56$$

R: Tardaría 56 minutos.

3. Una piscina se llena en 12 horas si se abren 3 mangueras. ¿Cuánto tardaría si se abren 4 mangueras con un fluido de agua constante?

$$O: \frac{12 \times 3}{4} = 9$$

R: Se tardarían 9 horas.



Practica lo aprendido

1. Calcula el valor desconocido d en cada tabla mediante regla de tres directa o inversa

a. A y B son directamente proporcionales.

Cantidad A	1	8
Cantidad B	5	d

$d = 40$

b. A y B son directamente proporcionales.

Cantidad A	d	6
Cantidad B	3	9

$d = 2$

c. A y B son inversamente proporcionales.

Cantidad A	10	d
Cantidad B	7	2

$d = 35$

d. A y B son inversamente proporcionales.

Cantidad A	9	24
Cantidad B	d	3

$d = 8$