TEMA 5. MATRICES

- ## Matrices

Las matrices son herramientas fundamentales en las matemáticas puras y aplicadas, y cada vez más importantes en las ciencias físicas biológicas y sociales. Una de las principales aplicaciones de las matrices es la representación del sistema de ecuaciones de primer grado con varias incógnitas.

Una matriz es un arreglo en filas y columnas de números reales. Si la matriz tiene $\boldsymbol{m}$ filas y $\boldsymbol{n}$ columnas (m y n enteros positivos), entonces la matriz es de orden m x n. Si $m \neq n$, la matriz se llama matriz rectangular, y si $m = n$, la matriz se llama matriz cuadrada de orden n.

Por ejemplo, la matriz A tiene dos filas y tres columnas, es una matriz 2 X 3.

3 Columnas

$$A=\begin{bmatrix} 5 & 2 & 16 \\ 4 & 3 & 10 \end{bmatrix} \leftarrow \text{2 Filas}$$

En cambio, la matriz B tiene tres filas y dos columnas, es una matriz 3 x 2.

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 12 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

SABÍAS QUE…

En la Electrónica el comportamiento de muchos componentes electrónicos puede ser descrito utilizando matrices. Otras aplicaciones es la construcción de carteles basados en una matriz de diodo de nxn

En la electricidad las matrices son usadas en la solución de circuitos eléctricos, el análisis de los circuitos RC, análisis de circuitos RC sin fuentes. De igual manera en la aplicación del método de solución circuital y nodal por medio de matrices de impedancia y admitancia.

Obtenido de: https://www.slideshare.net/GizehRodriguez/matrices-en-la-vida-cotidiana

- ## Simbología y elementos de una matriz

Simbolizamos las matrices con las letras mayúsculas del abecedario A, B, C, …. Un elemento de la matriz es simplemente una entrada de la matriz. Cada elemento en una matriz se identifica al nombrar la fila y la columna en los cuales aparece. Por ejemplo, considera la matriz C, para nombrar sus elementos usamos la simbología cij siendo **i** la fila y **j** la columna.

$$C = \begin{bmatrix} 4 & -8 & 16 \\ 2 & 10 & -10 \\ -4 & 12 & 4 \end{bmatrix}$$

La matriz C es una matriz 3 x 3 con C_{13}= 16

C_{13}= 16 Indica el elemento que ocupa la primera fila y la tercera columna.
C_{32}= 12 Indica el elemento que ocupa la tercera fila y la segunda columna.

- ## Solución de sistemas de ecuaciones por medio de matrices

Las matrices se pueden utilizar para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Para ello, lo primero que hacemos es escribir el sistema de ecuaciones en forma de matriz ampliada. Luego, realizamos algunas transformaciones de la matriz con sistemas equivalentes, similar al método de reducción, Pero utilizando únicamente los coeficientes.

Ejemplo 1: Un autobús dedicado a los viajes de turismo interno en la ciudad de Panamá cuenta con dos pisos. En el primer piso cuenta con 25 asientos y en el segundo piso con 30. Si se logra ubicar todos los asientos en ambos pisos el ingreso total será de B/. 1525.00. En el último viaje realizado solo se logró ubicar 15 asientos en el primer piso y 21 en el segundo con un ingreso de B/. 1005.00. ¿Cuál es el precio de un asiento de cada piso?

Solución: Se plantea el sistema de ecuaciones:

- ✓ Sea A el precio de los asientos del primer piso y B el precio de los asientos del segundo piso. Entonces: $\begin{cases} 25A + 30B = 1525 \\ 15A + 21B = 1005 \end{cases}$

Solucionaremos este problema, utilizando matriz de coeficientes.

Paso 1: Escribimos el sistema como matriz de coeficientes ampliada y lo que resulta:

$$\begin{bmatrix} 25 & 30 & 1525 \\ 15 & 21 & 1005 \end{bmatrix}$$

Paso 2: Para hallar el valor de una de las variables, dividimos la fila 1 entre 5 (porque todos los números son múltiplos de 5) y la segunda entre 3, resultando:

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 305 \\ 5 & 7 & 335 \end{bmatrix}$$

Paso 3: Multiplicamos la segunda fila por (-1) para que el 5 de la segunda fila se convierta en el inverso aditivo de 5 en la primera fila:

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 305 \\ -5 & -7 & -335 \end{bmatrix}$$

Paso 4: Sumamos la primera fila y la segunda fila:

$$0 \; -1 \; -30$$

Paso 5: Volviendo a escribir la segunda fila como ecuación, obtenemos:

$$-B = -30$$
$$B = 30$$

Reemplazando el valor de B=30 en la primera ecuación tenemos

$$25A+30B = 1525$$
$$25A+30(30) = 1525$$
$$25A+900=1525$$
$$25A = 1525-900$$
$$25A = 625$$
$$A = 25$$

Respuesta: Un asiento del primer piso tiene un costo de B/. 25 y del segundo piso B/. 30.

Cabe mencionar, que las matrices ampliadas son una forma abreviada de escribir sistemas de ecuaciones. En una matriz ampliada, cada renglón representa una ecuación en el sistema de ecuaciones y cada columna representa una variable o los términos constantes.

Sistema de ecuaciones $\begin{cases} 25A + 30B = 1525 \\ 15A + 21B = 1005 \end{cases}$

Matriz ampliada:

$$\begin{array}{cccl} & & & \\ \left[\begin{array}{ccc} 25 & 30 & 1525 \\ 15 & 21 & 1005 \end{array}\right] & & & \begin{array}{l} \textbf{Ecuación 1} \\ \textbf{Ecuación 2} \end{array} \\ \begin{array}{ccc} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} & \textbf{\textit{constantes}} \end{array} & & & \end{array}$$