TEMA 2. DESIGUALDADES LINEALES

Un poco de Historia.

Las inecuaciones son una variante del Álgebra. El período de 1700 A.C y 1700 D.C, se caracterizó por una invención gradual de símbolos y resolución de ecuaciones.

Thomas Harriot (1560-1621), en una publicación póstuma utiliza la notación exponencial moderna y es el primero en utilizar símbolos para indicar las desigualdades “menor que” y “mayor que”

Las inecuaciones son utilizadas para las aplicaciones matemáticas que tienen que ver con el mundo físico.

Una desigualdad es una relación en la que utilizamos alguno de símbolos >, < o =, ≥. ≤. Como ejemplo de desigualdades tenemos las siguientes:

$$\mathbf{5+3<4}, \qquad \mathbf{8+4\geq 12}$$

Si una desigualdad contiene incógnitas (variables), se denomina inecuación. Las soluciones de una inecuación como -2x + 6 > 0 son aquellos valores de la *x* para los que la expresión -2x + 6 es mayor que cero.

Cuando una inecuación se escribe de la forma *ax* + *b* > *c* ó *ax* + *b* < c se dice que es una **inecuación líneal.**

- ### Propiedades de las desigualdades

Si *a, b* y *c* son números reales y *a* < b, entonces:

1. Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$ — Propiedad de la adición (Para todo ***c*** $\in \mathbb{R}$ **a desigualdad se mantiene)**
2. Si $a < b$, entonces $a - c < b - c$ — Propiedad de la sustracción (Para todo ***c*** $\in \mathbb{R}$ **la desigualdad se mantiene**)
3. Si $a < b$, y $c > 0$ entonces $ac < bc$ — Propiedad de la multiplicación (si ***c*** es ***negativo*** el sentido de **la desigualdad se invierte)**.
4. Si $a < b$, y $c < 0$ entonces $ac > bc$ — Propiedad de la multiplicación (si ***c*** es ***negativo*** el sentido de la desigualdad se invierte).
5. Si $a < b$, y $c > 0$ entonces $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ — Propiedad de la división (si ***c*** **es positivo la desigualdad se mantiene**)
6. Si $a < b$, y $c < 0$ entonces $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ — Propiedad de la división (si ***c*** es ***negativo*** el **sentido la desigualdad se invierte).**

Para mostrar las propiedades anteriores se utilizó el símbolo <, cabe señalar que las propiedades son válidas para los símbolos >, $\geq$. $\leq$.

Ejemplo 1. Aplicación de las propiedades:

- Se tiene que $0 < 5$ entonces $0 + 4 < 5 + 4$, de donde se obtiene que $4 < 9$ **(desigualdad se mantiene)**
- Se tiene que $-2 < 3$ entonces $-2 - 3 < 3 - 3$, de donde se obtiene que $-5 < 0$ **(desigualdad se mantiene)**
- Se tiene que $-3 < 5$ entonces $-3(2) < 5(2)$, de donde se obtiene que $-6 < 10$ **(desigualdad se mantiene).**
- Se tiene que $-2 < 4$ entonces $\frac{-2}{2} < \frac{4}{2}$, de donde se obtiene que $-1 < 2$ **(desigualdad se mantiene).**

Note que:

- Se tiene que $-3 < 5$ entonces $-3(-2)\ ?\ 5(-2)$, de donde se obtienen los números 6 y -10 para que la desigualdad sea cierta se debe invertir el sentido de la desigualdad así 6 > -10.
- Se tiene que -2 < 4 entonces $\frac{-2}{-2} ? \frac{4}{-2}$, de donde se obtiene los números 1 y -2 para que la desigualdad sea cierta se debe invertir el sentido de la desigualdad así 1 > - 2.

  El conjunto formado por todos los valores que satisfacen la desigualdad propuesta se conoce como el conjunto solución.