

3 | ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

TEMA 12. ANÁLISIS COMBINATORIO

El análisis combinatorio, o cálculo combinatorio, permite enumerar tales casos o sucesos y así obtener la probabilidad de eventos más complejos. El objeto del Análisis combinatorio o Combinatoria es el estudio de las distintas ordenaciones que pueden formularse con los elementos de un conjunto, de los distintos grupos que pueden formarse con aquellos elementos y de las relaciones entre unos y otros grupos.

Los diferentes tipos de muestra vienen determinados por dos aspectos:

- Orden: Es decir, si es importante que los elementos de la muestra aparezcan ordenados o no.
- Repetición: La posibilidad de repetición o no de los elementos.
- Factorial de un número natural Es el producto de los “n” factores consecutivos desde “n” hasta 1. ¡La factorial de un número se denota por n!

$$n! = n(n - 1)(n - 2)(n - 3) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

¡Recordemos que $0! = 1$

Ejemplo 1: Calcule el factorial de 4.

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

- **Permutaciones**

Se llama permutaciones de **m** elementos (**m = n**) a las diferentes agrupaciones de esos **m** elementos de forma que:

- Sí **se consideran todos los elementos**.
- Sí **importa el orden**.
- **No se repiten los elementos**.

$$P_n = n!$$

Ejemplo 1: Calcule las permutaciones de 5 elementos.

Solución:

$$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

- **Permutaciones con repetición**

Permutaciones con repetición de n elementos donde el primer elemento se repite a veces, el segundo b veces, el tercero c veces...

$$n = a + b + c + \dots$$

- Sí **entran todos los elementos**.
- Sí **importa el orden**.
- **Sí se repiten** los elementos.

$$PR_n^{a,b,c..} = \frac{P_n}{a! b! c! \dots}$$

Ejemplos 4: Con las cifras 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4; ¿cuántos números de nueve cifras se pueden formar

Solución:

$$m = 9 \quad a = 3 \quad b = 4 \quad c = 2 \quad a + b + c = 9$$

- Sí entran todos los elementos.
- Sí importa el orden.
- Sí se repiten los elementos.

$$PR_n^{a,b,c..} = \frac{P_n}{a! b! c! \dots} = \frac{9!}{3! 4! 2!} = 1260$$

Por lo cual, se pueden formar 1 260 números de 9 cifras

- **Combinaciones**

Se llama combinaciones de m elementos tomados de n en n a todas las agrupaciones posibles que pueden hacerse con los m elementos ($m \geq n$) rma que:

- No entran todos los elementos.
- No importa el orden.
- No se repiten los elementos.

$$C_m^n = \frac{m!}{n! (m - n)!}$$

Las combinaciones se denotan por C_m^n o $C_{m,n}$