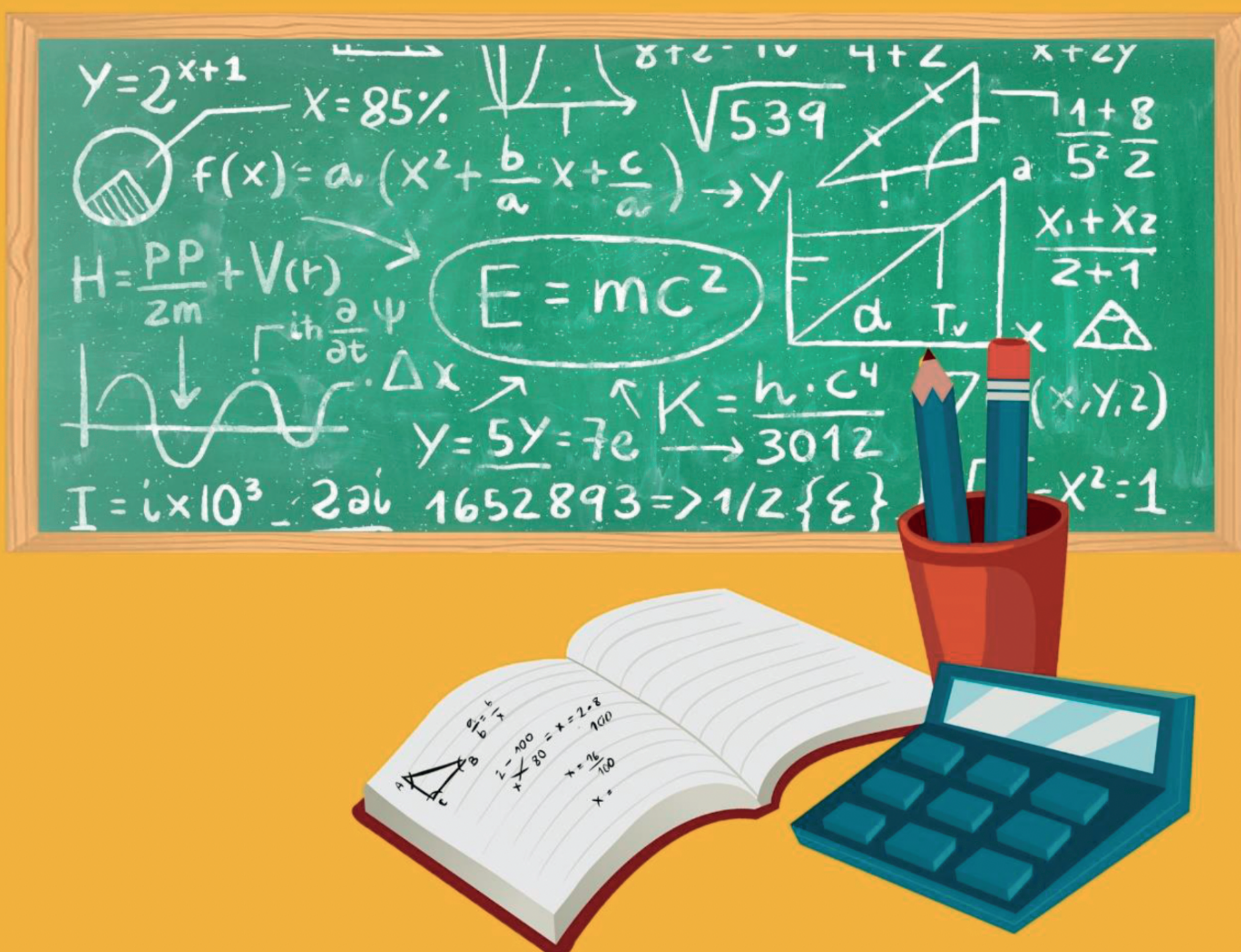
REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

GUÍA DE AUTOAPRENDIZAJE

MATEMÁTICA COMERCIAL 10°



REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Autoridades

S. E. Maruja Gorday de Villalobos
Ministra de Educación

S. E. Zonia Gallardo de Smith
Viceministra Académica

S. E. José Pío Castillero
Viceministro Administrativo

S. E. Ricardo Sánchez
Viceministro de Infraestructura

Equipo Directivo

Dirección General

Guillermo Alegría
Director General de Educación

Victoria Tello
Subdirectora General de Educación Académica

Anayka De La Espada
Subdirectora General Técnico Administrativa

Directores Nacionales Académicos

Isis Núñez
Directora Nacional de Educación Media Académica

Carlos González
Director Nacional de Educación Media Profesional y Técnica

Agnes de Cotes
Directora Nacional de Jóvenes y Adultos

Carmen Reyes
Directora Nacional de Currículo y Tecnología Educativa

REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Dirección Nacional de Educación Media Académica
Dirección Nacional de Educación Media Profesional y Técnica
Dirección Nacional de Jóvenes y Adultos

Estudiante: ______________________________

Centro Educativo: ___________________________

Medidas de prevención por el COVID - 19

Equipo coordinador

Isis Núñez
Directora Nacional de Educación Media Académica

Especialistas de la Asignatura:

Eduvigis Mercedes Rodríguez Iglesias
Coordinadora

Lenin Hernández
Apoyo Técnico Curricular 10

Diseño y Diagramación
Aracelly Agudo
Javier Spence (U.P.)

Ilustraciones:
Free vectors

Mensaje para los estudiantes

Apreciado estudiante:

Pensando en ti, para que puedas lograr tus sueños, queremos que sigas aprendiendo. Ahora que estás en casa, aprovecha y comparte con tu familia, escribe historias con tus personajes favoritos, lee todo lo que puedas, imagina un mundo mejor, cuida a los animales, siembra un árbol; en fin, aprovecha el tiempo y trata de ser muy feliz.

¡Te extrañamos! pronto nos veremos, recuerda que es importante que sigas aprendiendo. Para lograrlo, debes desarrollar cada una de las asignaciones y actividades, que han sido elaboradas, especialmente para ti. Trata de hacerlo de forma independiente, si tienes quien te ayude, ¡fabuloso! Pero recuerda, tienes una oportunidad valiosa para que, a través de los libros, puedas conocer el mundo, aprender la magia de los números, viajar con la lectura, analizar la importancia del agua, los beneficios de los árboles, el funcionamiento de nuestro cuerpo y los cuidados que debemos darle.

Eres de gran valor para tu familia y nuestro país, por eso debes cuidar tu salud y seguir las recomendaciones para la prevención de enfermedades.

Pronto volveremos a la escuela y queremos que nos digas cuanto aprendiste, el tema más interesante que desarrollaste, la lectura que más te gustó, lo divertido que fue para ti, aprender en casa. ¡Nos veremos pronto, todo va a salir bien!

Maruja Gorday de Villalobos

Ministra de Educación

Contenido

UNIDAD 1: ARITMÉTICA

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Aplica las operaciones básicas de números racionales en situaciones reales del área comercial.
- Utiliza las razones, proporciones y tanto por ciento para resolver problemas tipo comercial.
- Calcular el tanto por ciento por medio de la fórmula directa y la regla de tres simple.
- Aplicar el tanto por ciento, para resolver situaciones de la vida cotidiana.

INDICADORES DE LOGRO

- Construye el conjunto de los números racionales, a partir de su definición.
- Identifica con precisión el signo del número racional.
- Realiza representaciones gráficas del conjunto de los números racionales.
- Ubica correctamente los números racionales en la recta numérica.
- Resuelve situaciones reales del área comercial aplicando las operaciones básicas de números racionales.
- Identifica correctamente en problemas los elementos del tanto por ciento.
- Construye una proporción correcta para determinar el elemento desconocido en problemas de tanto por ciento.
- Resuelve problemas de tipo comercial, aplicando la regla de tres.

UNIDAD 2: MATEMÁTICA FINANCIERA

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Aplica las fórmulas del Interés Simple e Interés Compuesto para resolver diversas situaciones comerciales.

INDICADORES DE LOGRO

- Calcula con precisión tiempos exactos y aproximados.
- Resuelve problemas de tipo comercial aplicando las fórmulas de interés simple.
- Calcula el tiempo exacto y aproximado en problemas de interés simple.
- Realiza análisis de los datos y los resultados obtenidos en el cálculo del interés simple para la toma de decisiones pertinentes.

UNIDAD 3: ALGEBRA

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Aplica distintos métodos de solución, como estrategia para determinar las raíces de ecuaciones cuadráticas, con radicales, logarítmicas y exponenciales.

INDICADORES DE LOGRO

- Indica sin dificultad las características de una ecuación cuadrática.
- Utiliza correctamente los métodos de solución de las ecuaciones cuadráticas para determinar sus raíces.
- Utiliza correctamente los métodos de solución de las ecuaciones cuadráticas para determinar sus raíces.

UNIDAD 4: ESTADÍSTICA

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Utiliza la Estadística Descriptiva para representar e interpretar datos estadísticos.
- Resuelve situaciones de su entorno aplicando los procesos de la Estadística Descriptiva para la adecuada toma de decisiones.

INDICADORES DE LOGRO

- Establece la delimitación de la situación a investigar.
- Construye apropiadamente el instrumento que aplicará para recoger los datos.
- Presenta los resultados de las investigaciones mostrando veracidad en la información recogida.

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

- **Aprender a aprender:** Muestra capacidad permanente para obtener y aplicar nuevos conocimientos y adquirir destrezas.
  Desarrolla la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información.
- **Matemáticas: Resuelve** operaciones fundamentales en el campo de los números racionales mediante la aplicación de los conceptos matemáticos en la solución de situaciones de su entorno.
- **Tratamiento de la información y competencia digital:** Participa en proyectos innovadores mediante la aplicación de estrategias diversas con miras a la solución de situaciones de su entorno.
- **Autonomía e iniciativa personal:** Manifiesta actitud perseverante hasta lograr las metas que se ha propuesto.

RECURSOS DIDÁCTICOS

- Lápiz, borrador cuaderno, regla para imprimir en anexos.
- Calculadora
- Microsoft Office-Excel

PRESENTACIÓN

El COVID-19 nos ha cambiado la vida, ahora debemos estar en casa y no en las escuelas como estamos acostumbrados, de esta manera evitamos un mayor contagio en las comunidades, en nuestras familias y amigos. Para que continúe estudiando en su casa, un grupo de docentes hemos elaborado este módulo con el fin de que nuestros estudiantes sean competentes y descubran la importancia de la matemática y sus aplicaciones en la naturaleza, en la vida diaria y en el mundo. El propósito fundamental es mejorar la calidad en los procesos de enseñanza.

Las temáticas presentadas corresponden al currículo priorizado del Bachiller en Comercio 10°. En los talleres que hemos seleccionado está considerada la problemática que existe en esta área y el papel fundamental de la visualización en el desarrollo de problemas matemáticos.

La relación con la naturaleza, el comercio, contexto y la relación con otras ciencias, permiten que el estudiante desarrolle la visualización explorando y observando lo que sucede con los objetos que existen en su medio, que se valore a sí mismo y aborde problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue e integre los conocimientos tecnológicos, humanísticos y científicos que faciliten el establecimiento de relaciones entre los diferentes campos del saber humano.

A continuación, presentamos los conceptos básicos mediante una secuencia de actividades (Introducción-I, Temas-T, Autoevaluación-A); que corresponden al año lectivo 2020, **las mismas pueden ser desarrolladas en este cuadernillo o en su portafolio de actividades.**

Bienvenidos al "*Mundo Maravilloso de la Matemática".*
#aprendoencasa, ¡Juntos lo lograremos!

Docentes del Mundo Maravilloso de la Matemática.

El Mundo Maravilloso de la Matemática

1 | ARITMÉTICA

TEMA 1. EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES.

- Definición, denotación y conjunto

El conjunto de los números racionales contienen a los números enteros, porque todo número entero se puede escribir como el cociente de dos enteros. El conjunto de los números racionales se denota por la letra $\mathbb{Q}$.

Un número racional es positivo, si los términos de la fracción que lo representa tienen igual signo. El conjunto de todos ellos se representa por $\mathbb{Q}^{+}$.

Un número racional es negativo, si los términos de la fracción que lo representa tienen distinto signo. El conjunto de todos ellos se representa por $\mathbb{Q}^{-}$.

La unión del conjunto de los números racionales negativos, el cero y los números racionales positivos, forman el conjunto de los Números Racionales, es decir:

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^{-} \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^{+}$$

Los números naturales y los números enteros son subconjunto de los números racionales, es decir:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Q} \ , \qquad \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

Todo número racional puede representarse como un decimal periódico.

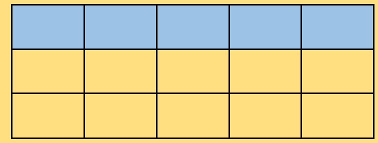
Ejemplos:

$$\frac{1}{3} = 0{,}3333\ldots; \qquad \frac{1}{2} = 0{,}5000\ldots;$$

$$\frac{1}{4} = 0{,}25000\ldots; \qquad \frac{1}{7} = 0{,}142857142857\ldots$$

SABÍAS QUE...

Las fracciones las podemos representar gráficamente.



Si observamos, hemos repartido la unidad en 15 partes iguales que representa el denominador de la fracción. Por lo cual el área sombreada representa la fracción:

$$\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

Cuando convertimos una fracción en un número decimal, podemos clasificarlos en finitos o infinitos.

La clásica fracción ½ al representarla como un número **decimal, es finito.**

$$\frac{1}{2} = 0{,}5$$

Sin embargo 1/3, al dividirlo es un número **decimal infinito** cuyo periodo es el número 3.

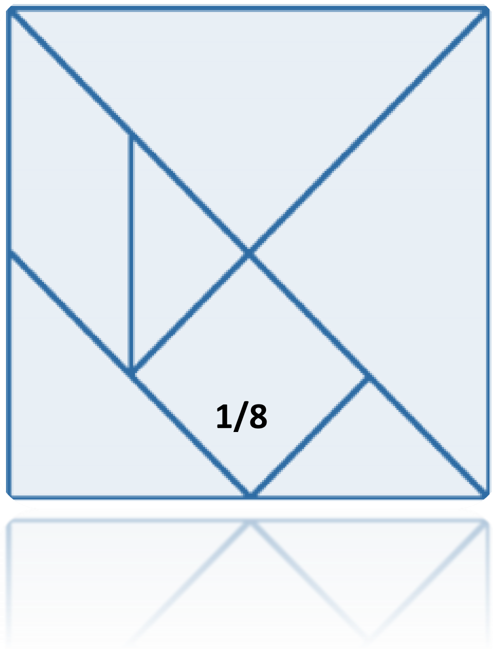
$$\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots$$

Observe que las fracciones tienen cifras que se repiten indefinidamente y en el mismo orden.

ACTIVIDAD N°1.

Observe la siguiente figura (TANGRAM)

El TANGRAM es un cuadrado que se divide en siete polígonos.



1. Si el cuadrado del TANGRAM equivale a 1/8. ¿Qué fracción representan los 6 polígonos restantes?

2. Escriba dentro de cada uno de esos polígonos la fracción que corresponde a su tamaño, considerando el cuadrado completo como una unidad. En todos los casos escriba la fracción de dos maneras: simplificada y con denominador 64.

3. Dibuje los polígonos del Tangram en el cuadrado dividido en 64 partes iguales. Utilícelos como referencia para calcular la fracción que representa de cada uno.

4. Completa la tabla

Fracción	Expresión Decimal	Decimal finito	Decimal infinito	Periodo
1/15	0.666	No	Sí	6
7/10				
11/12				
1/8				

¡GENIAL! Ha culminado el Tema 1.

TEMA 2. LOS NÚMEROS RACIONALES EN LA RECTA NUMÉRICA

- Representación de los Números Racionales en la Recta Numérica

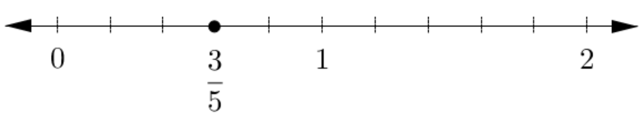
Para ubicar la fracción $\frac{a}{b}$ en la recta numérica, se divide cada unidad en el número de partes que indica el denominador b y se toman las partes que indica el numerador a.

Todo número racional se puede asociar con un punto en la recta numérica.

Ejemplo 1: localice en la recta numérica el número $\frac{3}{5}$.

Solución:

Se divide la unidad en 5 partes iguales y se toman 3 de las partes



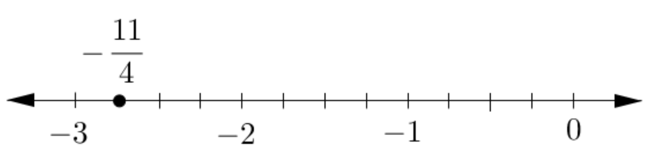
Ejemplo 2: grafique la fracción $-2\frac{3}{4}$ en la recta numérica.

Solución:

Paso 1: Se convierte la fracción mixta a fracción impropia $-2\frac{3}{4} = -\frac{11}{4}$.

Paso2: luego se divide en cuatro partes iguales las unidades que se encuentran a la izquierda del cero.

Paso 3: se toman 11 de estas divisiones.



ACTIVIDAD N°2.

I- Represente en la recta numérica las siguientes fracciones.
Utilice la sección de cuadritos

1. $\frac{3}{4}$
2. $-1\frac{2}{3}$
3. $\frac{1}{5}$
4. $-\frac{5}{8}$
5. $\frac{7}{6}$
6. $-\frac{2}{5}$
7. $2\frac{4}{7}$
8. $-\frac{5}{3}$
9. $\frac{11}{6}$
10. $-2\frac{1}{2}$

Resuelva aquí

¡GENIAL! Ha culminado el Tema 2.

TEMA 3. APLICACIÓN DE LAS OPERACIONES FUNDAMENTALES

- ## Adición de números racionales

Para sumar dos o más fracciones homogéneas se coloca el mismo denominador y se suman los numeradores

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}, \quad b\neq 0$$

Ejemplo 1: efectúe la siguiente operación $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}$

Solución:

Se coloca el mimo denominador, los numeradores se suman y la fracción resultante se simplifica:

$$\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3+1}{4}=\frac{4}{4}=1$$

Ejemplo 2: efectúe la siguiente operación $\frac{3}{9}+\frac{1}{9}+\frac{4}{9}$

Solución:

Se coloca el mismo denominador y se suman los numeradores:

$$\frac{3}{9}+\frac{1}{9}+\frac{4}{9}=\frac{3+1+4}{9}=\frac{8}{9}$$

- ## Sustracción de números racionales

Para restar dos fracciones homogéneas se coloca el mismo denominador y se restan los numeradores

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}, \quad b\neq 0$$

Ejemplo 2: efectúe la operación $\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{8}}-\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{8}}$

Solución:

Se coloca el mimo denominador, los numeradores se restan y la fracción resultante se simplifica:

$$\frac{7}{8}-\frac{5}{8}=\frac{7-5}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

Ejemplo 4: efectúe la operación $-\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{7}}+\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{7}}$

Solución:

Se coloca el mismo denominador y los numeradores se restan.

$$-\frac{5}{7}+\frac{3}{7}=\frac{-5+3}{7}=-\frac{2}{7}$$

Ejemplo 5: efectúe la siguiente operación $-\mathbf{3}\,\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}+\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}-\mathbf{1}\,\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}$

Solución:

Se transforman los números mixtos en fracciones impropias y se efectúan las operaciones:

$$-3\,\frac{2}{5}+\frac{4}{5}-1\,\frac{1}{5}=-\frac{17}{5}+\frac{4}{5}-\frac{6}{5}=\frac{-17+4-6}{5}=\frac{-23+4}{5}=-\frac{19}{5}=-3\,\frac{4}{5}$$

- Adición y sustracción de fracciones heterogéneas

En general, para sumar o restar fracciones heterogéneas se determina el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de los denominadores. Recuerde, este se divide entre cada uno de los denominadores y los cocientes resultantes se multiplican por sus numeradores respectivos.

$$\boldsymbol{\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d\pm b\cdot c}{b\cdot d},\qquad b\neq 0,\qquad d\neq 0}$$

Ejemplo 6: efectúe $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} + \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{6}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$

Solución:

Primero se determina el mínimo común múltiplo de los denominadores.

$$m.c.m\ (3,6,2) = 6$$

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{1}{2} = \frac{(2)(2) + (1)(5) + (3)(1)}{6} = \frac{4+5+3}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

Ejemplo 7: realice $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}$

Solución:

Primero se determina el mínimo común múltiplo de los denominadores.

$$m.c.m\ (2,5) = 10$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{(5)(1) - (2)(1)}{10} = \frac{5-2}{10} = \frac{3}{10}$$

Ejemplos 8: efectúe $\mathbf{3}\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}} - \mathbf{1}\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$

Solución:

Se transforman los números mixtos en fracciones impropias y se determina el mínimo común múltiplo de los denominadores. $m.c.m\ (6,2,3) = 6$

$$3\frac{1}{6} - 1\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{19}{6} - \frac{3}{2} + \frac{1}{3} = \frac{(1)(19) - (3)(3) + (2)(1)}{6} = \frac{19-9+2}{6} = \frac{21-9}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

Ejemplos 9: resuelva $\mathbf{3}\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} + \mathbf{2}\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}} - \mathbf{1} - \mathbf{1}\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$

Solución:

Se transforman los números mixtos en fracciones impropias y se determina el mínimo común múltiplo de los denominadores. $m.c.m\ (6,2,3) = 6$

$$3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{6} - 1 - 1\frac{2}{3} = \frac{13}{4} + \frac{13}{6} - 1 - \frac{5}{3} = \frac{39+26-12-20}{12} = \frac{33}{12} = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$$

ACTIVIDAD N°3.1

I – Resuelva las siguientes operaciones de adición y sustracción con fracciones homogéneas.

1. $\frac{2}{3}+\frac{5}{3}$
2. $\frac{4}{7}-\frac{3}{7}$
3. $\frac{4}{5}-\frac{2}{5}+\frac{3}{5}$
4. $\frac{1}{6}+\frac{5}{6}+\frac{3}{6}$
5. $\frac{9}{4}-\frac{5}{4}-\frac{2}{4}$
6. $2\frac{3}{8}+\frac{5}{8}-1\frac{7}{8}$
7. $-\frac{7}{10}+3\frac{1}{10}-1\frac{9}{10}$
8. $\frac{8}{13}-\frac{1}{13}+\frac{11}{13}-\frac{5}{13}$
9. $4\frac{2}{7}-\frac{3}{7}+2\frac{1}{7}-6\frac{5}{7}$
10. $-2\frac{4}{5}+2\frac{3}{5}+1\frac{1}{5}-\frac{2}{5}$
11. $-\frac{9}{15}-3\frac{7}{15}+\frac{1}{15}$
12. $\frac{7}{12}-5\frac{1}{12}+4\frac{11}{12}-\frac{1}{12}$

II – Efectúe las siguientes operaciones de adición y sustracción con fracciones heterogéneas.

1. $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$
2. $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$
3. $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}+\frac{2}{3}$
4. $-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}+\frac{7}{9}-\frac{1}{2}$
5. $4\frac{5}{8}-\frac{3}{4}-3\frac{1}{2}$
6. $-2\frac{8}{11}+3\frac{1}{2}+\frac{5}{22}$
7. $\frac{2}{3}+3\frac{4}{5}-4\frac{5}{6}+\frac{13}{15}$
8. $3\frac{5}{9}-\frac{2}{3}-2\frac{5}{6}$
9. $2+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}-1\frac{2}{3}$
10. $\frac{9}{10}+2\frac{21}{30}-3\frac{17}{20}$
11. $-2+5\frac{2}{3}-1\frac{3}{4}+\frac{1}{12}$
12. $1\frac{3}{4}+\frac{2}{3}-2\frac{1}{2}+1\frac{7}{12}$

III – Resuelva los siguientes problemas de aplicación.[1]

1. Ernesto viajó en carro $\frac{4}{5}\ km$, caminó $\frac{1}{3}\ km$. ¿Cuánto recorrió en total?
2. Miguel perdió $\frac{1}{3}$ de su dinero y prestó $\frac{1}{4}$. ¿Qué parte de su dinero le queda?
3. Orlando se comió el martes $\frac{3}{8}$ de pizza y, el miércoles $\frac{1}{8}$ más. ¿Qué fracción de pizza se comió Orlando en dos días?

- [1] Los problemas de aplicación de los apartados son recopilados de Arturo Aguilar, Fabián Bravo, Herman Gallegos, Miguel Cerón y Ricardo Reyes (2009). Matemáticas Simplificadas. Editorial Pearson

4. Fidel compró $3\frac{1}{2}\ lb$ de fresa en Boquete y su hermana compró $2\frac{3}{4}\ lb$ de fresa. ¿Qué fracción de libras han comprado entre los dos?
5. Miguel pesa $40\frac{1}{2}\ kg$ y Rosa pesa $50\frac{2}{3}\ kg$. ¿Cuánto más pesa Rosa que Miguel?
6. Para una receta se requieren $5\frac{2}{3}\ lb$ de harina. Si ya se agregaron $3\frac{1}{4}\ lb$. ¿Cuánta harina falta por agregar?
7. Sofía se comió $\frac{1}{7}$ de un dulce de marañón, Elida $\frac{3}{7}$ y Josefina $\frac{2}{7}$ del mismo dulce. ¿Qué fracción del dulce se han comido entre las tres?
8. Estela pintó $\frac{5}{11}$ de las paredes de su recámara. ¿Qué parte de las paredes le falta por pintar?

Resuelva aquí

• Multiplicación de Números Racionales

Para multiplicar dos o más fracciones, es necesario:

- Multiplicar los numeradores y los denominadores.
- En caso de que existan fracciones mixtas, se deben convertir a fracciones impropias y posteriormente se realizan los productos, simplificando el resultado.
- Se aplica la ley de los signos de la multiplicación de los enteros.

$$\boldsymbol{\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}, \quad b\neq 0, \qquad d\neq 0}$$

Ejemplo 1: resuelva $\left(\mathbf{\frac{2}{3}}\right)\left(\mathbf{\frac{1}{4}}\right)$

Solución:

Se aplica el procedimiento descrito y se simplifica el resultado:

$\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{(2)(1)}{(3)(4)}$ Se multiplican los numeradores y los denominadores

$=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ se multiplican los signos y se simplifica

Ejemplo 2: ¿Cuál es el resultado de $\left(\mathbf{\frac{3}{4}}\right)\left(-\mathbf{\frac{1}{6}}\right)\left(\mathbf{1\,\frac{1}{3}}\right)(-\mathbf{2})$?

Solución:

Se convierten las fracciones mixtas a impropias, se observa que existen factores iguales en el numerador y denominador, por lo tanto, es recomendable simplificar la expresión para obtener el resultado:

$$\left(\frac{3}{4}\right)\left(-\frac{1}{6}\right)\left(1\frac{1}{3}\right)(-2)=\left(\frac{3}{4}\right)\left(-\frac{1}{6}\right)\left(\frac{4}{3}\right)(-2)=\frac{(3)(1)(4)(2)}{(4)(6)(3)(1)}=\frac{1}{3}$$

Ejemplo 3: ¿Cuál es el resultado de $\left(\mathbf{1}\,\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}\right)\left(-\mathbf{3}\,\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}}\right)$?

Solución:
Se convierten las fracciones mixtas a fracciones impropias y se efectúa el producto:

$$\left(1\,\frac{3}{5}\right)\left(-3\,\frac{1}{8}\right)=\left(\frac{8}{5}\right)\left(-\frac{25}{8}\right)=-\frac{(8)(25)}{(5)(8)}=-5$$

- ## División de Números Racionales

Para dividir dos fracciones se resuelve multiplicando la fracción del dividendo por la fracción inversa del divisor.

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{d}{c}\right)=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

Ejemplo 1: resuelva $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\div\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}$

Solución:
Se aplica el procedimiento descrito y se simplifica el resultado:

$$\frac{2}{3}\div\frac{4}{5}=\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{5}{4}\right)=\frac{(2)(5)}{(3)(4)}=\frac{5}{6}$$

Ejemplo 2: resuelva $-\mathbf{2}\,\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}\div-\mathbf{3}$

Solución:
Se convierten las fracciones mixtas a impropias y se efectúa la división:

$$-2\frac{2}{5}\div-3=-\frac{12}{5}\div-3=\left(-\frac{12}{5}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{(12)(1)}{(5)(3)}=\frac{4}{5}$$

Ejemplo 3: determine el resultado de $-\mathbf{4}\,\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}\div\mathbf{2}\,\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$

Solución:
Se convierten las fracciones mixtas a impropias y se efectúa la división:

$$-4\frac{2}{5}\div2\frac{3}{4}=-\frac{22}{5}\div\frac{11}{4}=\left(-\frac{22}{5}\right)\left(\frac{4}{11}\right)=-\frac{(22)(4)}{(5)(11)}=-\frac{8}{5}=-1\,\frac{3}{5}$$

ACTIVIDAD N°3.2

I – Resuelva las siguientes operaciones de multiplicación con números racionales.

1. $\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{1}{8}\right)$
2. $\left(\frac{8}{9}\right)\left(\frac{18}{4}\right)(-3)$
3. $\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{10}{16}\right)\left(-\frac{8}{6}\right)$
4. $\left(-\frac{2}{7}\right)\left(1\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{7}{4}\right)\left(1\frac{1}{2}\right)$
5. $\left(\frac{11}{13}\right)\left(\frac{9}{33}\right)\left(-\frac{26}{3}\right)$
6. $\left(-2\frac{3}{7}\right)(0)\left(\frac{9}{12}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)$
7. $\left(3\frac{1}{4}\right)(-2)\left(\frac{6}{13}\right)$
8. $\left(3\frac{1}{2}\right)\left(\frac{4}{5}\right)(10)\left(-\frac{3}{14}\right)$
9. $\left(-\frac{2}{9}\right)\left(1\frac{4}{5}\right)\left(-3\frac{3}{4}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)$
10. $\left(\frac{15}{4}\right)\left(\frac{1}{10}\right)\left(-\frac{16}{20}\right)\left(-\frac{5}{4}\right)$

II – Resuelva los siguientes problemas de aplicación sobre multiplicación de fracciones.[2]

1. En un grupo hay 40 alumnos, de ellos las tres quintas partes son mujeres. ¿Cuántas mujeres hay en el grupo?
2. La tercera parte de una población de $2\,100\ habitantes$ es afectada por cierto virus. ¿Cuántos habitantes no padecen el virus?
3. En una caja hay 120 pelotas: verdes, rojas y azules, si las pelotas rojas son la tercera parte del total y las azules equivalen a la sexta parte. ¿Cuántas hay de cada color?
4. La recomendación de un doctor a un enfermo de gripe es que se tome $1\frac{1}{2}$ pastillas de ácido acetilsalicílico (aspirina) durante 4 días cada 8 horas, para contrarrestar los malestares de esta enfermedad infecciosa. Si el paciente sigue cabalmente las indicaciones del doctor. ¿Cuántas pastillas de aspirina tomará?

- [2] Arturo Aguilar, Fabián Bravo, Herman Gallegos, Miguel Cerón y Ricardo Reyes (2009). Matemáticas Simplificadas. Editorial Pearson

III – Resuelva las siguientes operaciones de división con números racionales.

1. $\frac{3}{4} \div \frac{9}{16}$
2. $-\frac{5}{8} \div 3\frac{3}{4}$
3. $4\frac{2}{7} \div 7\frac{1}{2} =$
4. $-\frac{7}{8} \div -1\frac{5}{16} =$
5. $\frac{1}{2} \div -3\frac{1}{4} =$
6. $34 \div 2\frac{5}{6} =$
7. $-5\frac{5}{8} \div -3\frac{3}{4}$
8. $3\frac{1}{4} \div -26$
9. $-2\frac{2}{3} \div \frac{4}{15}$
10. $\frac{11}{9} \div 3\frac{2}{3}$

IV – Resuelva los siguientes problemas de aplicación sobre división de fracciones.[3]

1. ¿Cuántas bolsas de $\frac{5}{8}$ de kilogramos se pueden llenar con $20\ kilogramos$ de galletas?
2. Un modista emplea $5\frac{3}{4}\ yardas$ para hacer un vestido. ¿Cuántos de esos vestidos se pueden hacer con $40\ yardas$?
3. Si una llave vierte $6\frac{1}{3}\ litros$ de agua por minuto. ¿Cuánto tiempo empleará en llenar un depósito de $88\frac{2}{3}\ litros$ de capacidad?
4. ¿Cuál es la velocidad por hora de un automóvil que en $2\frac{1}{2}\ horas$ recorre $120\ kilómetros$?
5. Una familia de 6 integrantes consume diariamente $1\frac{1}{2}\ litros$ de leche, si todos ingieren la misma cantidad. ¿Cuánto toma cada uno?
6. Javier repartió $160\ kilogramos$ de arroz entre un grupo de personas, de tal forma que a cada una le tocaran $6\frac{2}{3}\ kilogramo$. ¿Cuántas personas eran?

¡EXCELENTE! Ha culminado el Tema 3.

- [3] Arturo Aguilar, Fabián Bravo, Herman Gallegos, Miguel Cerón y Ricardo Reyes (2009). Matemáticas Simplificadas. Editorial Pearson

KHAN ACADEMY

- Aprendemos, reforzamos y atendemos a la diversidad

Le recomendamos practicar durante la semana, una hora en la plataforma más popular del mundo para aprender matemáticas. Visite esta y otras actividades, busque pistas, vea videos y refuerce los contenidos. Es totalmente gratuita. Puede registrarse con su correo electrónico en https://es.khanacademy.org/. *Empecemos con la HORA DE KHAN ACADEMY.*

- **INTRODUCCIÓN: Escribir fracciones como decimales periódicos**

https://es.khanacademy.org/math/cc-eighth-grade-math/cc-8th-numbers-operations/cc-8th-repeating-decimals/e/writing-fractions-as-repeating-decimals

- **TEMA 1: Los números racionales en la recta numérica**

https://es.khanacademy.org/math/cc-sixth-grade-math/cc-6th-negative-number-topic/cc-6th-neg-dec-frac-number-line/e/fractions_on_the_number_line_3

- **TEMA 2: Haz estimaciones para sumar y restar fracciones que tienen denominadores diferentes.**

https://es.khanacademy.org/math/cc-fifth-grade-math/imp-fractions-3/imp-visually-adding-and-subtracting-fractions-with-unlike-denominators/e/estimate-to-add-and-subtract-fractions-with-different-denominators

- **TEMA 3:** Relaciona división de fracciones con multiplicación de fracciones

https://es.khanacademy.org/math/arithmetic/fraction-arithmetic/arith-review-fractions-as-division/e/relate-fraction-division-to-fraction-multiplication

Has culminado tus actividades de Khan Academy.

CURSOS GRATUITOS DE GEOGEBRA

Descarga curso inicial y avanzado en:
https://www.oei.es/Educacion/recursoseducativosoei/formaciondocente

TEMA 4: LA POTENCIACIÓN

- ## Introducción

La potenciación era conocida ya desde la antigüedad, los babilonios utilizaban la elevación a potencia como auxiliar de la multiplicación. Los griegos por su parte tenían predilección por los cuadrados y los cubos.

La potenciación es el producto de varios factores iguales. Para abreviar la escritura, se escribe el factor que se repite y en la parte superior derecha del mismo se coloca el número de veces que se multiplica.

Propiedad		Ejemplo	Descripción
Potencia de exponente cero.	$a^0 = 1$	$7^0 = 1$	Toda base cuyo exponente es cero, la potencia es igual a uno.
Potencia de exponente uno.	$a^1 = a$	$15^1 = 15$	Toda base cuyo exponente es el número uno, la potencia es igual a la misma base.
Potencias de base uno.	$1^n = 1$	$1^n = 1$	Si la base es el número uno y el exponente es cualquier número natural, la potencia es uno.
Producto de bases iguales.	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$3^2 \cdot 3 = 3^{2+1} = 3^3 = 27$	Al multiplicar dos o más bases iguales, los exponentes se suman.
Cociente de bases iguales.	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{2^4}{2^3} = 2^{4-3} = 2^1 = 2$	Al dividir dos bases iguales, los exponentes se restan.
Multiplicación de bases diferentes con el mismo exponente.	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$ $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$	Las bases se elevan al mismo exponente y se halla la potencia, también se puede multiplicar las bases y calcular la potencia.
Cociente de bases diferentes e igual exponente.	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$	Se elevan las bases al mismo exponente y se dividen las bases, se calcula la potencia.
Potencia de exponente negativo.	$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1^n}{a^n} = \frac{1}{a^n}$	$3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$	La potencia será su inverso elevado a la misma potencia.
Potencia de una potencia.	$(a^m)^n = a^{mn}$	$(3^3)^2 = 3^{(3*2)} = 3^6 = 729$	Se multiplican los exponentes y se calcula la potencia.

Si bien la palabra exponente pasó a significar cosas diferentes, el primer uso moderno registrado de exponente en matemáticas fue en un libro llamado "Integra Arithemetica", escrito en 1544 por el autor inglés y matemático Michael Stifel. Pero él simplemente estaba trabajando con una base de dos, de modo que, por ejemplo, el exponente 3 significaba la cantidad de números 2 que tendrías que multiplicar para obtener 8. Lo que se vería así: $2^3 = 8$.

- ## Potencia de exponente natural

Una potencia es el producto de factores iguales, es decir,

$$\underbrace{a^n = a \cdot a \cdot a}_{\text{n veces } a \text{ como factor}} \cdot a \cdot a \cdot \ldots\ldots.. \cdot a$$

Si $\frac{a}{b}$ es un número racional, el producto de $\frac{a}{b}$ por si mismo n veces, es una potencia, es decir, una potencia es un producto de varios factores iguales:

$exponente$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdots \frac{a}{b}}_{n-veces} = \frac{c}{d}$$

$potencia$

$base$

- Propiedades de las potencias

Donde;

$c = a^n \quad y \quad d = b^n$

- ## Signo de una potencia

La potencia de exponente par es siempre positiva.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$$

La potencia de exponente impar tendrá el mismo signo de la base.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}$$

Ejemplos 1: desarrolle $\left(\frac{1}{3}\right)^{2}$

Solución:

Al ser el exponente 2 y la base $\frac{1}{3}$ se debe multiplicar 2 veces ella misma:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{9}$$

Ejemplos 2: ¿Cuál es el resultado de $\left(-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{3}}$?

Solución:

La fracción debe multiplicarse 3 veces por ella misma:

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$$

Ejemplos 3: desarrolle $\left(\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\right)^{\mathbf{-3}}$

Solución:

Se aplica la propiedad correspondiente y luego se desarrolla la potencia:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^3} = \frac{1}{\frac{(3)^3}{(4)^3}} = \frac{(4)^3}{(3)^3} = \frac{64}{27} = 2\frac{10}{27}$$

Ejemplos 4: realice la simplificación de $\left(\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}\right)^{\mathbf{5}}\left(\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}\right)^{\mathbf{-2}}\left(\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}\right)^{\mathbf{-1}}$

Solución:

Se aplica la propiedad correspondiente y luego se desarrolla la potencia:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^5\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{5-2-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{5-3} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{4}{25}$$

Ejemplos 5: simplifique la siguiente expresión $\dfrac{\left(\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\right)^{\mathbf{7}}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{4}}}{\left(\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\right)^{\mathbf{5}}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{5}}}$

Solución:

Se aplican las propiedades correspondientes y luego se desarrolla la potencia:

$$\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^7\left(\frac{1}{2}\right)^4}{\left(\frac{3}{4}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^5} = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{7-5}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{5-4}} = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{9}{16}}{\left(\frac{1}{2}\right)} = \left(\frac{9}{16}\right)\left(\frac{2}{1}\right) = \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$$

Ejemplos 6: simplifique la expresión $\left[\dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)^3}{\left(\frac{2}{3}\right)^2}\right]^{-2}$

Solución:

Se aplican las propiedades correspondientes y luego se desarrolla la potencia:

$$\left[\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^3}{\left(\frac{2}{3}\right)^2}\right]^{-2} = \left[\frac{\frac{(1)^3}{(3)^3}}{\frac{(2)^2}{(3)^2}}\right]^{-2} = \left[\frac{(1)^3(3)^2}{(3)^3(2)^2}\right]^{-2} = \left[\frac{1}{(3)(2)^2}\right]^{-2} = \frac{(1)^{-2}}{(3)^{-2}[(2)^2]^{-2}}$$

$$= \frac{(1)^{-2}}{(3)^{-2}(2)^{-4}} = \frac{\frac{1}{(1)^2}}{\frac{1}{(3)^2}\frac{1}{(2)^4}} = \frac{(3)^2(2)^4}{(1)^2} = \frac{(9)(16)}{1} = 144$$

Ejemplos 7: simplifique $\left(\dfrac{2^{-4}}{2^{-2}-2^{-3}}\right)^{-2}$

Solución:

Se aplican las propiedades correspondientes y luego se desarrolla la potencia:

$$\left(\frac{2^{-4}}{2^{-2}-2^{-3}}\right)^{-2} = \left(\frac{\frac{1}{2^4}}{\frac{1}{2^2}-\frac{1}{2^3}}\right)^{-2} = \left(\frac{\frac{1}{2^4}}{\frac{1}{4}-\frac{1}{8}}\right)^{-2} = \left(\frac{\frac{1}{2^4}}{\frac{1}{8}}\right)^{-2} = \left(\frac{\frac{1}{2^4}}{\frac{1}{2^3}}\right)^{-2} = \left(\frac{2^3}{2^4}\right)^{-2}$$

$$= (2^{-1})^{-2} = 2^2 = 4$$

ACTIVIDAD N° 4

I – Resuelva las siguientes operaciones de potenciación de números racionales.

1. $\left(\frac{3}{7}\right)^6\left(\frac{3}{7}\right)^5$
2. $\dfrac{\left(\frac{4}{8}\right)^5}{\left(\frac{4}{8}\right)^3}$
6. $\left[\left(\frac{7}{11}\right)^0\right]^6$
7. $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \div \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$

3. $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{4}\right]^{\frac{1}{2}}$

4. $\left(-\frac{5}{6}\right)^{2} \div \left(-\frac{5}{6}\right)^{3}$

5. $\frac{(2)^{-1}(3)^{4}}{(2)^{2}(3)^{-2}}$

8. $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{2} \div \left(\frac{2}{5}\right)^{3}\right]^{-1}$

9. $\left[\left(2\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)^{2}\right]^{3} \cdot \left[\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{3}\left(\frac{1}{3}\right)^{4}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{7}}\right]$

10. $\left[\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{5}\right)\right]^{-1} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{5}{3}\right)^{-1}$

II. Observe el siguiente video **«Viaje hacia el macrocosmos»**

Link del video **https://youtu.be/aznd1NEf5Oc**

1- Realice una síntesis del video en hoja tamaño carta que lleve una secuencia en el desarrollo de esta, donde resalte ¿quiénes son los autores del video? ¿qué contenidos matemáticos se observan?, ¿qué he aprendido?, entre otras preguntas.

¡Genial! Ha culminado el Tema 4.

TEMA 5. RADICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

La radicación es la operación inversa de la potenciación.
La raíz cuadrada de un número racional es:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{c}{d} \quad significa\ que \quad \left(\frac{c}{d}\right)^{2} = \frac{a}{b}$$

Ejemplo 1: El número racional $\frac{9}{25}$ tiene dos raíces cuadradas:

Se representa así: $\sqrt{\frac{9}{25}} = \pm\frac{3}{5}$

$$\begin{cases} \frac{3}{5},\ porque\ \left(\frac{3}{5}\right)^{2} = \frac{9}{25} \\ -\frac{3}{5},\ porque\ \left(-\frac{3}{5}\right)^{2} = \frac{9}{25} \end{cases}$$

En general, todo número racional positivo $\frac{a}{b}$ tiene dos raíces cuadradas opuestas entre sí. Los números racionales negativos no tienen raíz cuadrada, porque cualquier número elevado al cuadrado da un resultado positivo.

Ejemplo 2: Demuestre que $\sqrt{-\frac{1}{4}}$ ***no existe***

Solución:

$Dado\ que\ \left(\frac{1}{2}\right)^2 = +\frac{1}{4}$ y $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = +\frac{1}{4}$, queda demostrado que no existe la raíz de un número racional negativo.

La raíz enésima de un número racional $\frac{a}{b}$ es otro número $\frac{c}{d}$ que elevado a la potencia n da como resultado $\frac{a}{b}$.

Índice

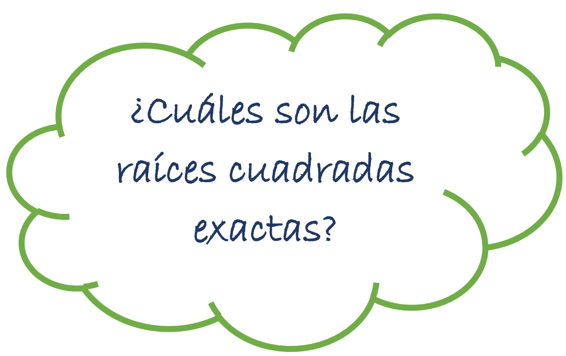
$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{c}{d} \Rightarrow \left(\frac{c}{d}\right)^n = \frac{a}{b}$$

Radical

Base

Raíz

- Raíces cuadradas exactas



$\sqrt{Radicando}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{16}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{49}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{81}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{121}$	$\sqrt{144}$	…
$Raíz$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	…

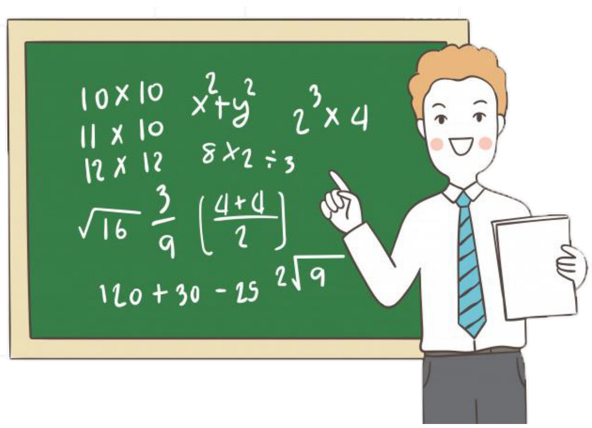
Las raíces cuadradas exactas son infinitas, recuerda que la radicación es la operación inversa de la potenciación. Por lo cual; si $\sqrt{4} = 2$ (la raíz cuadrada de 4 es 2) es por qué si elevamos la raíz al cuadrado, obtenemos el radicando,

$$2^2 = (2)\ (2) = 4$$

- Reglas de los signos

a) Cuando el índice es un número impar, la raíz tiene el mismo signo de la base.
b) Cuando el índice es un número par y la base es negativa, no tiene solución en el campo de los números racionales.
c) Cuando el índice es un número par y la base es positiva, hay dos resultados que tienen el mismo valor absoluto y distinto signo.

- Propiedades de los radicales
- $\sqrt[n]{a \cdot b \cdot c} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
- $\sqrt[n]{a^r} = \sqrt[nm]{a^{rm}}$
- $\sqrt[n]{a^r} = \sqrt[n/m]{a^{r/m}}$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$



Ejemplos 1: aplique las propiedades de los radicales y calcula $\sqrt{\frac{1}{9}}$

Solución:

Se descompone la base en factores primos y se extrae a raíz:

$$\sqrt{\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{1^2}{3^2}} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{2}} = \frac{1}{3}$$

Ejemplos 2: encuentre la raíz quinta de $-\frac{32}{243}$

Solución:

Se descompone $-\frac{32}{243}$ en factores primos y se aplican las propiedades:

$$\sqrt[5]{-\frac{32}{243}} = -\sqrt[5]{\frac{32}{243}} = -\sqrt[5]{\frac{(2)^5}{(3)^5}} = -\sqrt[5]{\left(\frac{2}{3}\right)^5} = -\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{5}} = -\frac{2}{3}$$

Ejemplos 3: ¿Cuál es el resultado de $\sqrt[3]{\sqrt{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{64}}}}$?

Solución:

Se descompone la base en factores primos y se aplican las propiedades:

$$\sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{64}}} = \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^6}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{6}{2}}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{3}} = \frac{1}{2}$$

Ejemplos 4: ¿Cuál es el resultado de $\sqrt{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{32}}} \div \sqrt{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}}}$?

Solución:

Se descomponen las bases en factores primos y se aplican las propiedades:

$$\sqrt{\frac{1}{32}} \div \sqrt{\frac{1}{8}} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^5} \div \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{2}} \div \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{2}-\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{2}} = \frac{1}{2}$$

ACTIVIDAD N°5

I – Resuelva las siguientes operaciones de radicación de fracciones en su cuaderno de matemáticas.

1. $\sqrt{\frac{16}{25}}$

5. $\sqrt{25} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{125}}$

2. $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$

3. $\sqrt{\frac{64}{25} \div \frac{16}{49}}$

4. $\sqrt[3]{\sqrt{\frac{64}{729}}}$

6. $\sqrt{\frac{1}{32}} \div \sqrt{2}$

7. $\left(\sqrt[3]{-\frac{1}{512}}\right)\left(\sqrt{64}\right)$

8. $\left(\sqrt{\frac{72}{75}}\right)\left(\sqrt{\frac{12}{288}}\right)$

¡Felicidades! Culminamos el Tema 5.

TEMA 6. RAZÓN Y PROPORCIÓN

- **Concepto de razón y proporción**
  - **Razón**

Una razón es una comparación entre dos o más cantidades. Puede expresarse mediante una fracción. Si las cantidades a comparar son a y b, la razón entre ellas se escribe como:

$$\mathbf{a:b}, \quad \mathbf{a/b} \text{ ó } \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} \ \textbf{se lee} \quad \textbf{"a es a b"}$$

Donde **"a"**, es el antecedente y **"b"** es el consecuente.

Ejemplo 1: en una sala de clases hay 10 mujeres y 20 hombres. ¿Qué relación numérica existe entre el número de mujeres y el número de hombres?

Solución:

La relación entre el número de mujeres y el número de hombres es de "10 es a 20".

El término 10 es el antecedente de la razón y el 20, el consecuente.

$$\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{20}} \begin{array}{l} \rightarrow \textit{antecedente} \\ \rightarrow \textit{consecuente} \end{array}$$

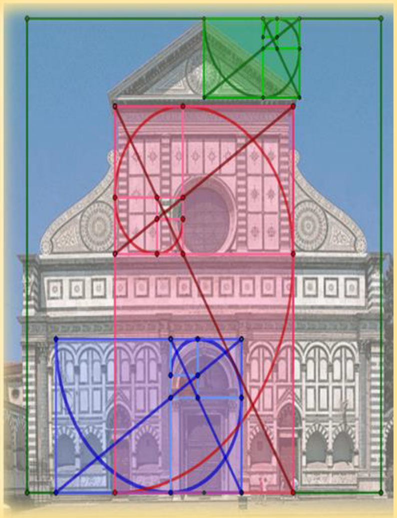
El resultado de la división o cociente entre el antecedente y el consecuente se denomina valor de la razón:

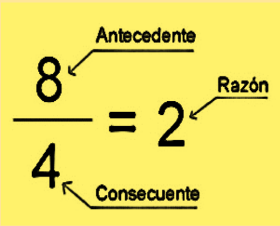
$$\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{20}} = \mathbf{0.5}\ \textit{valor de la razón}$$

Que se interpreta como: "por cada mujer hay dos varones".

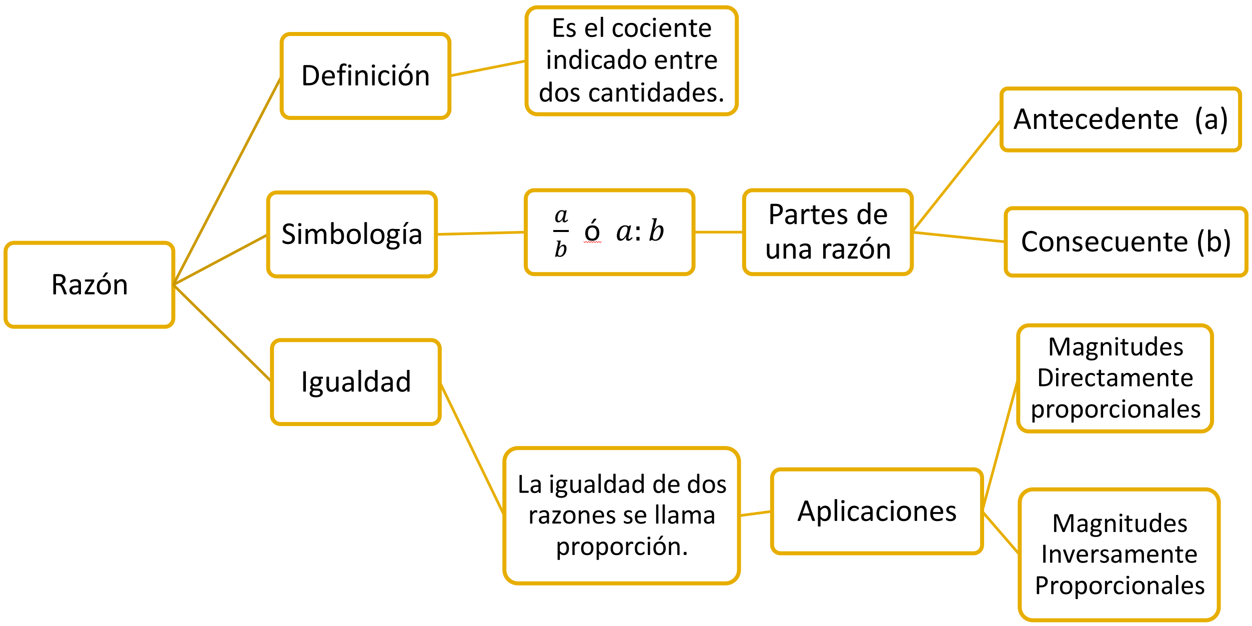
SABÍAS QUE..

El estudio de las razones y proporciones se inicia como solución de problemas de repartos proporcionales, el cobro de impuestos, el cambio de moneda y también aspectos geométricos relacionados con la medición y semejanza de figuras utilizadas para la construcción de edificios templos.





- **Mapa de conceptos**



- **Aplicación de la razón**

Las razones se utilizan en la práctica para determinar cómo está variando una cantidad con respecto a otra. Dos o más razones son equivalentes cuando tienen igual valor.

Ejemplo 2: se compra en una empresa constructora 27 sacos de cemento y 18 sacos de arena. Halle la razón de mezcla de sacos de cemento en comparación con los sacos de arena.

Solución:

Los datos son los siguientes:

- Saco de cemento 27
- Saco de arena: 18

Luego,

$$27 : 18 = \frac{27}{18} = \frac{3}{2}$$

$$3 : 2 \quad \text{¨}3\ es\ a\ 2\text{¨}$$

Por cada 3 sacos de cemento se deben mezclar 2 sacos de arena.

Ejemplo 3: en un colegio hay 300 señoritas y 200 varones. Determine las siguientes razones.

a) Razón entre las señoritas y el total de alumnos.
b) Razón entre los varones y el total de alumnos.

Solución:

La cantidad total de alumno es 500:

a) Razón entre las señoritas y el total de alumnos es:

$$\frac{300}{500} = \frac{3}{5}$$

b) Razón entre los varones y el total de alumnos es:

$$\frac{200}{500} = \frac{2}{5}$$

Ejemplo 4: En un parqueadero de un centro comercial hay 160 automóviles y 80 motos. Determine las siguientes razones.

a) Razón entre el número de motos y los automóviles.

b) Razón entre el número de automóviles y el número total de vehículos.

c) Razón entre el número de motos y el número total de vehículos.

Solución

a) La razón entre el número de motos y los automóviles es: por cada moto hay 2 autos.

$$\frac{80}{160} = \frac{1}{2}$$

b) La razón entre el número de automóviles y el número total de vehículos es: por cada 2 autos hay 3 vehículos.

$$\frac{160}{240} = \frac{2}{3}$$

c) La razón entre el número de motos y el número total de vehículos es: por cada moto hay tres vehículos.

$$\frac{80}{240} = \frac{1}{3}$$

ACTIVIDAD N°6.1

Instrucciones: Identifique 12 palabra escondidas entre el conjunto de letras del recuadro, las palabras son relativas a la temática razón y proporción.

Antecedente	**Comparación**	**Razón**	**Inversa**
Directa	**Numero**	**Cociente**	**Compuesta**
Consecuente	**Igualdad**	**Magnitud**	**Proporción**

Y	I	M	I	G	P	L	D	C	A	N	P	C	C
R	M	P	R	D	R	N	Q	R	T	F	A	W	O
A	M	N	I	E	O	K	N	C	G	M	N	L	C
Z	N	H	N	M	P	C	K	O	J	O	T	X	I
O	P	S	V	E	O	O	W	N	H	H	E	N	E
N	D	L	E	I	R	M	C	S	M	L	C	U	N
C	I	V	R	G	C	P	O	E	A	I	E	M	T
Z	R	A	S	U	I	A	M	C	G	V	D	E	E
L	E	D	A	A	Ó	R	P	U	N	M	E	R	I
U	C	O	Q	L	N	A	U	E	I	Z	N	O	F
R	T	X	V	D	H	C	E	N	T	E	T	O	T
L	A	W	A	A	K	I	S	T	U	E	E	V	Z
U	V	L	S	D	Q	Ó	T	E	D	V	H	F	O
P	U	P	Y	G	K	N	A	S	T	F	R	O	D

- **Proporción**

Una proporción es una igualdad entre dos razones; El símbolo de **razón** es **: :** y se lee **¨como¨** y representa un igual. Los términos de una proporción son los extremos y los medios.

- **Simbología**

$$\mathbf{a/b = c/d} \text{ ó } \quad \boldsymbol{a : b :: c : d}$$

$$\textbf{se lee} \quad \textbf{"a es a b" como "c es a d"}$$

- **Partes de una proporción**

Términos extremos

a : b = c : d

Términos medios

- **Propiedad fundamental**

En toda proporción se cumple que el producto de los medios es igual al de los extremos.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \qquad a \cdot d = b \cdot c$$

Para demostrar que dos razones forman una proporción debe cumplir que las razones sean equivalentes. Este principio se conoce como **<u>propiedad fundamental de las proporciones</u>**. ¨En toda proporción el producto de los extremos es igual al producto de los medios¨**.**

Si tenemos la proporción:

$$\mathbf{\frac{3}{4} = \frac{15}{20}}$$

Y le aplicamos la propiedad fundamental señalada queda: 3 • 20 = 4 • 15, es decir, 60 = 60

Esta es la propiedad que nos permite detectar si dos cantidades presentadas como proporción lo son verdaderamente.

- **Propiedad de los Extremos y Medios de las Proporciones.**

De la propiedad fundamental de las proporciones se desprenden dos propiedades más:

- En toda proporción un extremo es igual al producto de los medios dividido entre el otro extremo.
- En toda proporción un medio es igual al producto de los medios dividido entre el otro medio.

Ejemplo 1: Dada la siguiente proporción $\frac{2}{4} = \frac{5}{x}$, determine el valor de x.

Solución: Multiplicando en forma de cruz por las propiedades tenemos:

$$2x = (5) \cdot (4)$$
$$x = \frac{20}{2}$$
$$x = 10$$

Ejemplo 2: Dada la siguiente proporción $20 : 10 :: x : 6$, determine el valor de x.

Solución:

$$10x = (20)(6)$$
$$x = \frac{120}{10}$$
$$x = 12$$

Ejemplo 3: Dada la siguiente proporción $7 : 6 :: 56 : x$, determine el valor de x.

Solución:

$$7x = (56)(6)$$
$$x = \frac{336}{7}$$
$$x = 48$$

Ejemplos 4: Dada las siguientes proporciones, determine el valor de x.

a) $\frac{n}{2{,}5} = \frac{8}{5}$

b) $\frac{5}{120} = \frac{b}{3}$

Solución:

$a)\quad 5\cdot n = (2{,}5)\,(8)$

$$n = \frac{(2{,}5)(8)}{5}$$

$$n = 4$$

$b)\quad 5\cdot 3 = 120\cdot b$

$$b = \frac{5\cdot 3}{120}$$

$$b = \frac{15}{120}$$

$$b = \frac{1}{8}$$

- **Aplicaciones de las proporciones**

<u>Magnitud:</u> propiedad o cualidad medible de un cuerpo***:***
longitud, capacidad, masa, tiempo, entre otros.

Magnitudes directamente proporcionales.

- Se dice que dos magnitudes son directamente proporcionales si al multiplicar o dividir una de ellas por un número, la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número.
- Poseen una constante de proporcionalidad directa.

Aplique sus conocimientos:

- **Si para empaquetar 720 huevos se necesitan 20 cajas, ¿Cuántas cajas se necesitan para 2160 huevos?**
  Solución:

Note que,

Huevos	Cajas
720	20
2160	x

$$\frac{720}{2160} = \frac{20}{x}$$

$$720\cdot x = 20\cdot 2160$$

$$x = \frac{20\cdot 2160}{720}$$

$$x = 60$$

¿Cuántas cajas se necesitan para 3600 huevos? *Resuelva aquí* ↙

Resp.: 100 cajas

- **Un automóvil recorrió 272 kilómetros en 4 horas y 15 minutos ¿cuántos kilómetros recorrió en una hora?**

Recorrido	Horas
272 km	4 horas 15 minutos
x	1 hora

Solución:

Se convierte 4 horas y 15 minutos =4,25 h.

$$\frac{272\ km}{x} = \frac{4{,}25\ h}{1\ h}$$

$$272\ km \cdot 1\ h = x \cdot 4{,}25\ h$$

$$x = \frac{272\ km \cdot 1\ h}{4{,}25\ h}$$

$$x = 64\ \text{km}$$

¿Cuántos kilómetros recorrió en dos horas? *Resuelva aquí* ↙

R: 128 km

Magnitudes Inversamente Proporcionales

- Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al multiplicar una por un número, la otra queda dividida por el mismo número.

Aplique sus conocimientos:

- **Una persona tiene 30 vacas y tiene alimento para 16 días. Si vende 18 vacas ¿Cuántos días puede alimentar las vacas que le quedan?**

Vacas	Tiempo/alimento
30	16 días
12	x

Solución:

$$\frac{30}{12} = \frac{x}{16} \quad \text{invierte}$$

$$30 \cdot 16 = 12 \cdot x$$

$$x = \frac{30 \cdot 16}{12}$$

$$x = 40\ \text{días}$$

Y si vende 2 vacas más, ¿Cuántos días puede alimentar las vacas que le quedan? *Resuelva aquí* ↙

R: 48 días

ACTIVIDAD N°6.2

I- Establezca la razón en las siguientes situaciones que se describen a continuación.

1. En un curso de música se matriculan 16 niñas y 14 niños. Determinar la razón de niñas a niños.
2. Un pastelero utiliza cinco tazas de harina y 10 paquetes de polvo para hornear al hacer un pastel mediano. ¿En qué razón el pastelero combina la harina con respecto al polvo para hornear?
3. El colegio organiza un paseo a la playa y en el bus hay 20 mujeres y 12 hombres. Determine cuál es la razón de hombres a mujeres.
4. En un salón de clases hay 20 estudiantes, al final del trimestre aprobaron 15 estudiantes y reprobaron 5. ¿Cuál fue la razón de aprobados y reprobados en el salón?

II- Verifique si las siguientes expresiones son una proporción, en caso contrario explique.

a) $\frac{20}{16} = \frac{5}{4}$ b) $\frac{5}{3} = \frac{75}{45}$ c) $\frac{17}{3} = \frac{21}{34}$

III- Encontrar el valor del término desconocido en las siguientes proporciones.

a) $2 : x :: 8 : 24$

b) $\frac{x}{25} = \frac{10}{2}$

c) $x : \frac{1}{5} :: 6 : 2$

IV-Escribe la razón entre cada par de números.

a) $60\ y\ 40$ b) $12\ y\ 4$ c) $8\ y\ 32$ d) $7\ y\ 70$

V- Escribe la razón que representa cada una de las siguientes situaciones.

a) Teresa recibe generalmente B/. $25.^{00}$ y su hermana B/.$60.^{00}$, determine la relación entre las cantidades de dinero que reciben las dos.

b) Con 10 naranjas se hacen 4 vasos de jugos, ¿cuál es la razón entre naranjas y vasos?

VI- Verifique que el siguiente par de razones forman una proporción utilizando la propiedad fundamental de las proporciones.

a) $\frac{4}{9}$ y $\frac{8}{18}$ b) $15: 5 :: 6: 2$ d) $9: 2 :: 18: 4$ e) $\frac{5}{7}$ y $\frac{10}{14}$

VII- Encuentre el término desconocido en las siguientes proporciones, utilice la propiedad de extremos y medios.

a) $\frac{w}{21} = \frac{4}{7}$ b) $\frac{4}{5} = \frac{m}{100}$ c) $\frac{4}{x} = \frac{18}{9}$ e) $x: 3 :: 5: 15$

¡EXCELENTE! Ha culminado el Tema 6.

TEMA 7. TANTO POR CIENTO

La palabra por ciento viene del latín **"per centum",** que significa por cien, o sea el número de unidades que se toman de cada cien. El signo que se usa para indicar el por ciento es %. Se puede considerar el por ciento como un decimal que ocupa el lugar de los centésimos.

Todo por ciento se puede indicar en forma decimal o en forma de fracción con denominador 100. El tanto por ciento o porcentaje es una expresión que indica una parte de un todo.

Ejemplos:

a) $\frac{29}{100}$ Equivale a 29% y se lee veintinueve por ciento.

b) $\frac{63}{100}$ equivale a 63% y se lee sesenta y tres por ciento.

- **Reducción del tanto por ciento a su forma decimal**

Regla: para expresar un tanto por ciento en forma decimal, se suprime o elimina el símbolo de "%" y se mueve el punto decimal dos lugares hacia la izquierda, o lo que es lo mismo, se divide entre 100.

Ejemplos:

a) $25\% = 0{,}25$ También se puede obtener dividiendo entre 100, es decir $25\% = \frac{25}{100} = 0{,}25$

b) $1{,}5\% = 0{,}015$ También al dividirlo entre 100, tenemos que $1{,}5\% = \frac{1.5}{100} = 0{,}015$

- **Reducción de un decimal a tanto por ciento**

Regla: Para convertir un decimal a tanto por ciento, se mueve el punto decimal, dos lugares hacia a derecha y se coloca el símbolo de %.

Ejemplos:

a) $0{,}27 = 27\%$

b) $0{,}039 = 3{,}9\%$

c) $0{,}845 = 84{,}5\%$

Cálculo del tanto por ciento por medio de la fórmula directa

Los términos o elementos en todo tanto por ciento son:

- **La Base (B):** es el número o cantidad sobre la cual se va a efectuar la operación para obtener el por ciento. **Fórmula**:

$$P = B \cdot \frac{T}{100}$$

- **El tanto por ciento o tasa (T):** es el por ciento o número de unidades que se toman de cada cien. **Fórmula**:

$$B = \frac{P(100)}{T}$$

- **El porcentaje (P):** es la cantidad que resulta de tomar $\frac{1}{100}$ (un centésimo) de otra cantidad, cierto número de veces. **Fórmula**:

$$T = \frac{P(100)}{B}$$

Ejemplo 1: El 24% de una ciudad conformada por 5250 habitantes ha contratado el servicio de TV por cable ¿Cuántos habitantes tienen TV por cable?

Solución:
Datos: B= 5250 T=24%

Luego, reemplazamos en:

$$P = B \cdot \frac{T}{100}$$

$$P = 5250 \cdot \frac{24}{100}$$

$$P = 5250 \cdot 0{,}24$$

$$P = 1260$$

De donde 1260 personas han contratado el servicio de TV por cable.

Ejemplo 2: Si en un Colegio de 1245 estudiantes, 315 son graduandos ¿Qué porcentaje de los estudiantes son graduandos?

Solución:
Datos: B=1245 P=315

$$T = \frac{P(100)}{B}$$

$$T = \frac{315(100)}{1245}$$

$$T = \frac{31500}{1245}$$

$$T = 25{,}3\%$$

El 25,3% son estudiantes graduandos

Ejemplo 3: Si 450 libros que representan un 30% de una biblioteca, fueron donados ¿cuántos libros tiene la biblioteca?

Solución:
Datos: P=450 T=30%

$$B = \frac{P(100)}{T}$$

$$B = \frac{450\ (100)}{30}$$

$$B = \frac{45000}{30}$$

$$B = 1500$$

La biblioteca tiene 1500 libros

- ***Regla de tres simple Directa***

Cuando las magnitudes que intervienen en el problema son directamente proporcionales.
Pasos

- Nombra la cantidad desconocida con una variable.
- Se elabora una tabla con las magnitudes (esquema).
- Se elaboran las proporciones.
- Finalmente se encuentra el valor de la variable (Propiedad fundamental de las proporciones).

Regla de tres simple inversa

Cuando las magnitudes que interviene en el problema son magnitudes inversamente proporcionales.

Pasos

- Se nombra la cantidad desconocida con una variable.
- Se elabora una tabla de cantidades o magnitudes que intervienen.
- Se plantea las proporciones de acuerdo con el concepto de magnitudes inversamente proporcionales.
- Se busca el término desconocido.

Regla de tres compuesta

Pasos

- Se realiza una tabla o esquema con los datos ordenados.
- Se asigna una variable al dato desconocido y se compara con las otras magnitudes para determinar el tipo de proporcionalidad que hay entre ellas.
- Se plantean las proporciones teniendo en cuenta las propiedades fundamentales de la proporcionalidad compuesta.

La proporcionalidad compuesta es cuando intervienen más de dos magnitudes.

- Pueden darse tres casos fundamentales, donde surgen tres propiedades fundamentales.

Magnitud A	Magnitud B	Magnitud C
m	p	r
n	q	t

Caso 1. A es directamente proporcional a B y a C.

$$\frac{m}{n} = \frac{p}{q} \cdot \frac{r}{t}$$

Caso 2. A es inversamente proporcional a B y a C.

$$\frac{m}{n} = \frac{q}{p} \cdot \frac{t}{r}$$

Caso 3. A es directamente proporcional a B y A es inversamente proporcional a C.

$$\frac{m}{n}=\frac{p}{q}\cdot\frac{t}{r}$$

- **Cálculo del tanto por ciento por el método de la regla de tres simple**

Los problemas de tanto por ciento con regla de tres se resuelven mediante comparaciones, estableciendo previamente cada una de las unidades.

Ejemplo 1: De qué número es 35 el 4%.

Solución:

$$\begin{array}{ccc} \text{Números} & & \text{Porcentajes} \\ 35 & \rightarrow & 4 \\ x & \rightarrow & 100 \end{array}$$

Luego, se multiplica en forma de equis:

$$4x=35\cdot 100$$

$$4x=3500$$

$$x=\frac{3500}{4}$$

$$x=875$$

Por lo cual, el 4% de 875 es 35.

Ejemplo 2: Determine el 7% de 215.

Solución:

$$\begin{array}{ccc} \text{Números} & & \text{Porcentajes} \\ 215 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 7 \end{array}$$

Luego, se multiplica en forma de equis:

$$100x = 215 \cdot 7$$
$$100x = 1505$$

$$x = \frac{1505}{100}$$

$$x = 15{,}05$$

Por lo cual, el 7% de 215 es 15,05

ACTIVIDAD N°7

1. Transforme de porcentaje a decimal.
   a. 65%, 40%, 12%, 5%, 15%, 99%.

2. Transforme de decimal a porcentaje.
   a) 0,31 b) 0,73 c) 0,045 d) 0,064 e)0,91 f) 0,84.

3. Resuelva por el método directo.
   a) El 51% de una ciudad conformada por 3298 habitantes ha contratado el servicio de internet. ¿Cuántos habitantes tienen internet?
   b) Si en un colegio de 2941 estudiantes, 1127 son damas. ¿Qué porcentaje de los estudiantes son damas?
   c) El 36% de una ciudad conformada por 4134 habitantes ha contratado el servicio de internet y TV por cable. ¿Cuántos habitantes tienen internet y TV por cable?
   d) Si 720 estudiantes representan un 32% de un colegio. ¿Cuántos estudiantes tiene el colegio?

4. Resuelva por el método de la regla de tres simple.
   a) De qué número es 187 el 37%.
   b) Determine el 43% de 447.

5. Resuelva por el método de la regla de tres simple.
   a) De qué número es 271 el 44%.
   b) Determine el 54% de 567.

¡Felicidades! Culminamos el Tema 7

TEMA 8. APLICACIONES DE TANTO POR CIENTO

Los descuentos comerciales

Descuento: es una reducción en el precio de venta de un artículo, o en el total de una cuenta o factura.
Precio lista: es el precio original de un artículo.
Precio neto: es el precio de lista menos el descuento.

Ejemplo 1: Una motocicleta tiene el precio de lista de B/.1315.^{00} y es vendida con el 15% de descuento, determine el precio neto a pagar.

Solución:
Precio neto = precio de lista – descuento.

Calculemos primero el descuento:

$$\begin{array}{ccc} \text{Números} & & \text{Porcentajes} \\ 1315 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 15 \end{array}$$

Luego, se multiplica en forma de equis:

$$100x = 1315 \cdot 15$$

$$100x = 19725$$

$$x = \frac{19725}{100}$$

$$x = 197{,}25$$

Luego, el descuento es de $\mathrm{B/.}197{,}25$

Donde,

Precio neto = precio de lista – descuento.

Precio neto = $\mathrm{B/.}1315.^{00}$ - $\mathrm{B/.}197{,}25 = \mathrm{B/.}\ 1\ 117{,}75$

- Impuestos del consumidor (I.T.B.M.S)

Impuesto: es el porcentaje sobre un capital o servicio público, que debe pagar cada persona al Estado. En panamá actualmente se paga el **5% de I.T.B.M.S.**

Ejemplos 2: Un estudiante compró una computadora por B/.857.^{00} ¿Cuánto pagó de impuesto I.T.B.M.S?

Solución:

$$\begin{array}{ccc} \text{Números} & & \text{Porcentajes} \\ 857 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 7 \end{array}$$

Luego, se multiplica en forma de equis:

$$100x = 857 \cdot 7 \Longrightarrow 100x = 5999 \Longrightarrow x = \frac{5999}{100} \Longrightarrow x = 59{,}99$$

Luego, el impuesto a pagar es B/.59,99

Ejemplo 3: Un joven compró un equipo de sonido en B/. 362,^{00}; si tuvo que pagar el 7% de impuestos ¿Cuánto pagó en total?

Solución: Primero hay que calcular el impuesto y este resultado se le suma al costo y así obtener el total a pagar.

$$\begin{array}{ccc} \text{Números} & & \text{Porcentajes} \\ 362 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 7 \end{array}$$

Luego, se multiplica en forma de equis:

$$100x = 362 \cdot 7 \Longrightarrow 100x = 2534 \Longrightarrow x = \frac{2534}{100} \Longrightarrow x = 25{,}34$$

Luego, el impuesto a pagar es B/.25,34

Por consiguiente, el total a pagar es:

B/. 362,^{00}+B/.25,34= B/.387,34.

- Comisiones

Concepto: la comisión es la cantidad que ha de pagarse a la persona que efectúa compras o ventas por cuenta de otro.
Ingreso bruto: es el dinero que recibe el agente con destino a su patrón.
Ingreso neto: es el ingreso bruto menos la comisión.

Ejemplo 1: Un agente de ventas vende un terreno en B/.12 654.^{00}, su comisión por la venta es del 12% ¿cuánto dinero le corresponde por la venta?

Solución:

$$\begin{array}{ccc} \text{Números} & & \text{Porcentajes} \\ 12\,654 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 12 \end{array}$$

Luego, se multiplica en forma de equis:

$$100x = 12\,654 \cdot 12$$

$$100x = 151\,848$$

$$x = \frac{151\,848}{100}$$

$$x = 1\,518{,}48$$

Por lo cual, la comisión que le corresponde al vendedor es B/.1 518,48.

Ejemplos 2: Un corredor de seguros ha vendido una póliza para un automóvil en B/.2 786.^{00}; si la comisión es del 4% ¿qué cantidad le corresponde?
Solución:

$$\begin{array}{ccc} \text{Números} & & \text{Porcentajes} \\ 2\,786 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 4 \end{array}$$

Luego, se multiplica en forma de equis:

$$100x = 2\,786 \cdot 4$$

$$100x = 11\,144$$

$$x = \frac{11\,144}{100}$$

$$x = 111{,}44$$

Luego, la comisión que le corresponde al corredor es B/.111,44

- Cuota del seguro social

El pago del Seguro Social es obligatorio para todo empleado público o de la empresa privada. La cuota establecida es la siguiente:

- Los obreros o trabajadores pagan el 8% de su salario mensual.
- Los patrones pagan el 11,5% del salario mensual del trabajador.

Ejemplo 1: Una secretaria de un banco tiene un salario mensual de B/.715,^{00}.

a) ¿Cuánto debe pagar mensualmente de Seguro Social?
b) ¿Cuánto debe pagar su patrón mensualmente al Seguro Social?

Solución:

$$\begin{array}{ccc} \text{Números} & & \text{Porcentajes} \\ 715 & \to & 100 \\ x & \to & 8 \end{array}$$

Luego, se multiplica en forma de equis

$$100x = 715 \cdot 8$$

$$100x = 5720$$

$$x = \frac{5720}{100}$$

$$x = 57{,}20$$

La secretaria debe pagar mensualmente al Seguro Social B/.57,20

$$\begin{array}{ccc} \text{Números} & & \text{Porcentajes} \\ 715 & \to & 100 \\ x & \to & 11{,}5 \end{array}$$

Luego, se multiplica en forma de equis:

$$100x = 715 \cdot 11{,}5$$

$$100x = 8\,222{,}5$$

$$x = \frac{8\,222{,}5}{100}$$

$$x = 82{,}22$$

El patrón debe pagar mensualmente al Seguro Social B/.82,22

• Pago del seguro educativo

El pago del Seguro Educativo es obligatorio para todo empleado público o de la empresa privada. La cuota establecida es la siguiente:

- Los obreros o trabajadores pagan el 1,25% de su salario mensual.
- Los patrones pagan el 1,50% del salario mensual del trabajador.

Ejemplo 1: Un médico de la empresa privada tiene un salario mensual de B/.983,^{00}.

a) ¿Cuánto debe pagar mensualmente de Seguro Educativo?
b) ¿Cuánto debe pagar su patrón mensualmente al Seguro Educativo?

Solución:

$$\begin{array}{ccc} \text{Números} & & \text{Porcentajes} \\ 983 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 1{,}25 \end{array}$$

Luego, se multiplica en forma de equis:

$$100x = 983 \cdot 1{,}25$$

$$100x = 1\,228{,}75$$

$$x = \frac{1\,228{,}75}{100}$$

$$x = 12{,}28$$

El médico debe pagar mensualmente al Seguro Educativo B/.12,28.

$$\begin{array}{ccc} \text{Números} & & \text{Porcentajes} \\ 983 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 1{,}50 \end{array}$$

Luego, se multiplica en forma de equis:

$$100x = 983 \cdot 1{,}50$$

$$100x = 1\,474{,}5$$

$$x = \frac{1\,474{,}5}{100}$$

$$x = 14{,}74$$

El patrón del médico debe pagar mensualmente al Seguro Educativo B/.14,74

ACTIVIDAD N°8

Resolver aplicando el tanto por ciento.

1. Una moto acuática tiene el precio de lista de B/.2 476,^{00} y es vendida con el 9% de descuento, determine el precio neto a pagar.
2. Un chica compró un celular en B/.291,^{00} si tuvo que pagar el 5% de impuestos. ¿Cuánto pagó en total?
3. Un agente de ventas vende un apartamento en B/.9 873,^{00} su comisión por la venta es del 17%; ¿cuánto dinero le corresponde por la venta?
4. Una contable de una sociedad anónima tiene un salario mensual de B/.835,^{00}.
    a) ¿Cuánto debe pagar mensualmente de Seguro Social?
    b) ¿Cuánto debe pagar su patrón mensualmente al Seguro Social?
5. Una vendedora de electrodomésticos tiene un salario mensual de B/.519,^{00}.
    a) ¿Cuánto debe pagar mensualmente de Seguro Educativo?
    b) ¿Cuánto debe pagar su patrón mensualmente al Seguro Educativo?
6. Una patineta tiene el precio de lista de B/.156,^{00} y es vendida con el 4% de descuento, determine el precio neto a pagar.
7. Un vaquero compró unas botas en B/.74,^{00} si tuvo que pagar el 5% de impuestos. ¿Cuánto pagó en total?
8. Un agente de ventas vende una casa en B/.17411,^{00} su comisión por la venta es del 7% ¿cuánto dinero le corresponde por la venta?.
9. Una asesora de ventas tiene un salario mensual de B/.1143,^{00}.
    a) ¿Cuánto debe pagar mensualmente de Seguro Social?
    b) ¿Cuánto debe pagar su patrón mensualmente al Seguro Social?
10. Un abogado tiene un salario mensual de B/.912,^{00}
    a) ¿Cuánto debe pagar mensualmente de Seguro Educativo?
    b) ¿Cuánto debe pagar su patrón mensualmente al Seguro Educativo?

"El éxito consiste en obtener lo que se desea. La felicidad, en disfrutar lo que se obtiene"

¡Felicidades! Hemos desarrollado 8 temas y culminamos la Unidad 1 de Aritmética.

AUTOEVALUACIÓN A-1

Estimados Alumnos(as): con el propósito de favorecer el desarrollo del módulo, le presentamos la autoevaluación de la unidad 1.

La autoevaluación induce a que "los alumnos desarrollen el hábito de la reflexión, y la identificación de los propios errores, cuestión fundamental cuando se trata de formar personas con capacidad para aprender de forma autónoma". (Valero-García, M., & de Cerio, L. M. D. 2005, p.27)

La siguiente tabla, debe ser completada al culminar todos los temas, evalúese y propóngase nuevas metas en el aprendizaje. Las preguntas van conectadas a una escala que usted considerará según el trabajo realizado hasta el momento. Esta evaluación es cualitativa.

- Al completar la unidad 1, usted se autoevaluará según la siguiente escala de logros:

Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy intentando lograrlo	No lo he Logrado
5	4	3	2

AL CONCLUIR LA UNIDAD 1 DEL MÓDULO CONSIDERO QUE:	COLOQUE UN NÚMERO SEGÚN LA ESCALA
En la asimilación de todos los conceptos	
En la actitud positiva ante los retos al desarrollar los ejercicios	
En incrementar mi curiosidad por investigar y descubrir cosas nuevas	
En mejorar mi capacidad para resolver problemas	
En hacer buen uso de las TIC's para profundizar e investigar con las diferentes plataformas educativas	
En seguir las indicaciones y sugerencias del módulo	
En hacer buen uso del tiempo para resolver las tareas	
En conectar los temas con la vida diaria	
TOTAL →	

2 | MATEMÁTICA FINANCIERA

TEMA 9. INTERÉS SIMPLE

El interés simple es la cantidad que se paga sobre una suma de dinero (préstamo) y que no varía durante un periodo específico de tiempo.

Fórmula para calcular el interés simple:

$$I = C \cdot i \cdot t$$

Donde,

I: interés simple,

C:capital,

i: tasa de interés anual,

t: tiempo.

- **Capital:** es la cantidad de dinero que se presta o ahorra, sobre la cual se carga el interés.
- **Tasa de interés:** es la cantidad producida por B/.100.^{00} en un cierto tiempo, que por lo general es un año.
- **Tiempo**: es el periodo durante el cual dura la transacción, puede estar expresado en años, meses o días.

Recuerde que:

1 año = 12 meses = 24 quincenas = 52 semanas = 365 días.

Ejemplos 1: Calcule el interés sobre B/.600.^{00} por un año al 11%.

Solución:

Datos*:* $C = 600,\ i = 11\%,\ t = 1.$ Luego, reemplazamos en la fórmula:

$$I = C \cdot i \cdot t$$
$$I = 600(11\%)(1)$$
$$I = 600\left(\frac{11}{100}\right)(1)$$
$$I = 600\left(\frac{11}{100}\right)(1)$$
$$I = 600(0{,}11)(1)$$
$$I = 66$$

Luego, el interés sobre B/.600.^{00} por un año al 11% es B/.66.^{00}.

Ejemplo 2: Calcule el interés sobre B/.1 453.^{00} por 8 meses al 12%

Solución:
Como el tiempo está dado en meses, hay que transformarlo a su equivalente en años, para eso se divide la cantidad de meses entre 12 meses que tiene el año.

Datos: $C = 1453,\ i = 12\%,\ t = 8\ meses$

$$I = C \cdot i \cdot t$$

$$I = 1453\ (12\%) \left(\frac{8}{12}\right)$$

$$I = 1453 \left(\frac{12}{100}\right)(0{,}66)$$

$$I = 1453(0{,}12)(0{,}66)$$

$$I = 115{,}08$$

Luego, el interés sobre B/.1 453.^{00} por un 8 mes al 12% es B/.115,08

• Interés simple ordinario o bancario con tiempo exacto

Cálculo de tiempo exacto: se calcula utilizando la siguiente tabla con las cantidades de días por mes.

Enero = 31	**Abril = 30**	**Julio = 31**	**Octubre = 31**
Febrero = 28	Mayo = 31	Agosto = 31	Noviembre = 30
Marzo = 31	Junio = 30	Septiembre = 30	Diciembre = 31

Observemos que, para calcular los días exactos entre una fecha y otra, no se cuenta el día inicial, pero si se cuenta el final.

Ejemplo 3: calcule el tiempo exacto desde el 10 de junio hasta el 4 de octubre.

Solución:
Contemos la cantidad de días por mes: del 10 de junio al 30 de junio hay 20 días, el mes de julio tiene 31 días, agosto tiene 31 días, septiembre 30 días, y del 1 al 4 de octubre hay 4 días. Luego sumamos, 20 + 31 + 31 + 30 + 4= 116 días lo cual quiere decir que desde el 10 de junio hasta el 4 de octubre hay 116 días.

Fórmula para calcular el interés simple ordinario o bancario con tiempo exacto.

$$\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{i} \cdot \text{días}}{360}$$

Ejemplo 4: Calcule el interés simple ordinario con tiempo exacto para un préstamo de B/.5 294.^{00} al 4% del 15 de febrero al 20 de abril del mismo año.

Solución:
Calculemos primero los días exactos del 15 de febrero al 20 de abril: Del 15 de febrero al 28 de febrero hay 13 días, marzo tiene 31 días, y del 1 de abril al 20 de abril hay 20 días. Luego sumamos, 13+31+20= 64 de donde del 15 de febrero al 20 de abril hay **64 días**.

$$\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{i} \cdot \text{días}}{360}$$

$$\boldsymbol{I} = \frac{5294\ (4\%)(64)}{360}$$

$$\boldsymbol{I} = \frac{5294\ (0{,}04)(64)}{360}$$

$$\boldsymbol{I} = \frac{13\ 552{,}64}{360}$$

$$\boldsymbol{I} = 37{,}64$$

Luego, el interés simple ordinario con tiempo exacto para un préstamo de B/.5294.^{00} al 4% del 15 de febrero al 20 de abril del mismo año es de B/.37,64

Ejemplo 5: Calcule el interés simple ordinario con tiempo exacto para un préstamo de B/.25 486.^{00} al 6% del 14 de abril al 19 de septiembre del mismo año.

Solución:
Calculemos primero los días exactos del 14 de abril al 19 de septiembre: Del 14 al 30 de abril hay 16 días, mayo tiene 31, junio 30, julio 31, agosto 31, y del 1 de septiembre al 19 de septiembre hay 19 días. Luego, del 14 de abril al 19 de septiembre hay **158 días**.

De donde,

$$\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{i} \cdot \text{días}}{360}$$

$$\boldsymbol{I} = \frac{25\,486\,(6\%)(158)}{360}$$

$$\boldsymbol{I} = \frac{2486\,(0{,}06)(158)}{360}$$

$$\boldsymbol{I} = \frac{241\,607{,}28}{360}$$

$$\boldsymbol{I} = 671{,}13$$

El interés simple ordinario con tiempo exacto para un préstamo de B/.25 486.^{00} al 6% del 14 de abril al 19 de septiembre del mismo año es de B/.671,13

ACTIVIDAD N°9

Analice, resuelva y responda.

1. Calcule el interés sobre B/.1139.^{00} por un año al 14%
2. Calcule el interés sobre B/.4293.^{00} por 7 meses al 17%
3. Calcule el interés sobre B/.361.^{00} por 5 meses al 20%
4. Calcule el interés simple ordinario con tiempo exacto para un préstamo de B/.7 148.^{00} al 8% del 25 de marzo al 15 de junio del mismo año.
5. Calcule el interés simple ordinario con tiempo exacto para un préstamo de B/.12 552.^{00} al 7% del 27 de abril al 5 de septiembre del mismo año.
6. Calcule el interés sobre B/.3 628.^{00} por un año al 15%
7. Calcule el interés sobre B/.744.^{00} por 5 meses al 5%
8. Calcule el interés sobre B/.1 236.^{00} por 7 meses al 20%
9. Calcule el interés simple ordinario con tiempo exacto para un préstamo de B/.9 471.^{00} al 12% del 18 de mayo al 11 de agosto del mismo año.
10. Calcule el interés simple ordinario con tiempo exacto para un préstamo de B/.4 260.^{00} al 11% del 28 de septiembre al 21 de diciembre del mismo año.

¡Felicidades!

Ha culminado la Unidad 2 de Matemática Financiera

3| ALGEBRA

TEMA 10. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA

- ***Ecuación de segundo grado*** es toda ecuación en la cual, una vez simplificada, el mayor exponente de la incógnita es 2.
  Así, las ecuaciones $3x^2 - 4x + 7 = 0;\ -x^2 + 5x = 0;\ 4x^2 - 25 = 0$ son ecuación de segundo grado.

- ***Ecuaciones Completas*** de segundo grado son ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$.
  Así, $x^2 + 8x + 15 = 0\ y\ 3x^2 - x = 2$ son ecuaciones completas de segundo grado.

- ***Ecuaciones Incompletas*** de segundo grado son ecuaciones de la forma $ax^2 + c = 0$ o $ax^2 + bx = 0$. Así, $x^2 - 9 = 0\ y\ 3x^2 + 5x = 0$ son ecuaciones incompletas de segundo grado.

- ***Solución de una Ecuación Cuadrática***
  Resolver una ecuación cuadrática es hallar el valor de la incógnita que satisfacen la ecuación, es decir, los valores de x que hacen que $ax^2 + bx + c = 0$. A estos valores se les llama solución o raíces de la ecuación y como la ecuación es de segundo grado, tiene dos raíces iguales o diferentes según sea el caso. Así, las raíces de la ecuación $x^2 + 3x - 28 = 0$ son $x_1 = -7\ y\ x_2 = 4$; ambos valores satisfacen la ecuación.

- Solución de una ecuación incompleta

A. Ecuación de la forma $ax^2 + c = 0$

Ejemplo 1: Hallar las raíces de la ecuación $x^2 - 16 = 0$.

Solución:

$x^2 - 16 = 0$

$x^2 = 16$ *despejando x*

$\sqrt{x^2} = \sqrt{16}$ *extrayendo la raíz cuadrada en ambos miembros*

$x = \pm 4$

$x_1 = +4$ y $x_2 = -4$

Ejemplo 2: Hallar las raíces de la ecuación $x^2 = 64$.

Solución:

$x^2 = 64$
$x = \pm\sqrt{64}$ *extrayendo la raíz cuadrada en ambos miembros*
$x = \pm 4$
$x = \pm 8$

Ejemplo 3: Hallar las raíces de la ecuación $4x^2 - 9 = 0$.

Solución:

$4x^2 - 9 = 0$

$4x^2 = 9$

$x^2 = \frac{9}{4}$

$x = \pm\sqrt{\frac{9}{4}}$ *extrayendo la raíz cuadrada en ambos miembros*

$x = \pm\frac{3}{2}$

Ejemplo 4: Hallar las raíces de la ecuación $x^2 = 9$.

Solución:

$x^2 = 9$
$x = \pm\sqrt{9}$ *extrayendo la raíz cuadrada en ambos miembros*
$x = \pm 3$

Ejemplo 5: Hallar las raíces de la ecuación $9x^2 - 25 = 0$.

Solución:

$9x^2 - 25 = 0$

$9x^2 = 25$

$x^2 = \frac{25}{9}$

$x = \pm\sqrt{\frac{25}{9}}$ *extrayendo la raíz cuadrada en ambos miembros*

$x = \pm\frac{5}{3}$

B. Ecuación de la forma $ax^2 + bx = 0$

Ejemplo 1: Hallar las raíces de la ecuación $x^2 + 7x = 0$.

Solución:

$x^2 + 7x = 0$ *luego factorizando,*
$x(x+7) = 0$ *igualando cada factor a cero tenemos:*
$x = 0\,;\quad x + 7 = 0$ *las raíces de la ecuación son:*

$$x = 0 \quad y \quad x = -7$$

Ejemplo 2: Hallar las raíces de la ecuación $x^2 = x$.

Solución:

$x^2 = x$ *pasamos al primer miembro la x*
$x^2 - x = 0$ *luego factorizando,*
$x(x-1) = 0$ *igualando cada factor a cero tenemos:*
$x = 0\,;\quad x - 1 = 0$ *las raíces de la ecuación son:*

$$x = 0 \quad y \quad x = 1$$

Ejemplo 3: Hallar las raíces de la ecuación $x^2 + 4x = 0$.

Solución:

$x^2 + 4x = 0$ *luego factorizando,*
$x(x+4) = 0$ *igualando cada factor a cero tenemos:*
$x = 0\,;\quad x + 4 = 0$ *las raíces de la ecuación son:*

$$x = 0 \quad y \quad x = -4$$

Ejemplo 4: Hallar las raíces de la ecuación $5x^2 - 3x = 0$.

Solución:

$5x^2 - 3x = 0$ *luego factorizando,*
$x(5x-3) = 0$ *igualando cada factor a cero tenemos:*
$x = 0\,;\quad 5x - 3 = 0$ *las raíces de la ecuación son:*

$$x = 0 \quad y \quad x = \frac{3}{5}$$

Ejemplo 5: Hallar las raíces de la ecuación $6x^2 = -2x$.

Solución:

$6x^2 = -2x$ *pasamos al primer miembro -2x*
$6x^2 + 2x = 0$ *luego factorizando,*
$2x(3x+1) = 0$ *igualando cada factor a cero tenemos:*

$2x = 0\,;\quad 3x + 1 = 0$

$x = \frac{0}{2};\quad 3x = -1$ *las raíces de la ecuación son:*

$$x = 0 \quad y \quad x = -\frac{1}{3}$$

Ejemplo 6: Hallar las raíces de la ecuación $4x^2 = 12x$.

Solución:

$4x^2 = 12x$

$4x^2 - 12x = 0$ *luego factorizando,*

$4x(x-3) = 0$ *igualando cada factor a cero tenemos:*

$4x = 0\,;\quad x - 3 = 0$

$x = \frac{0}{4};\quad x = 3$ *las raíces de la ecuación son:*

$$x = 0 \quad y \quad x = 3$$

ACTIVIDAD N°10.1

I – Determine las raíces de las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas de la forma $ax^2 + c = 0$, utilizando el método de factorización.

1. $x^2 - 1 = 0$ $x = \pm 1$

2. $x^2 - 4 = 0$ $x = \pm 2$

3. $x^2 = 25$ $x = \pm 5$

4. $x^2 - 100 = 0$ $x = \pm 10$

5. $x^2 - 36 = 0$ $x = \pm 6$

6. $x^2 = 64$ $x = \pm 8$

7. $x^2 - 16 = 0$ $x = \pm 4$

8. $x^2 - 169 = 0$ $x = \pm 13$

9. $x^2 = 49$ $x = \pm 7$

10. $x^2 - 9 = 0$ $x = \pm 3$

11. $x^2 - 144 = 0$ $x = \pm 12$

12. $4x^2 = 81$ $x = \pm 9/2$

13. $25x^2 - 64 = 0$ $x = \pm 8/5$

14. $9x^2 - 100 = 0$ $x = \pm 10/3$

15. $4x^2 = 49$ $x = \pm 7/2$

II - Determine las raíces de las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas de la forma $ax^2 + bx = 0$, utilizando el método de factorización.

1. $x^2 + 6x = 0$ $x = 0;\ x = -6$

2. $x^2 - 2x = 0$ $x = 0;\ x = 2$

3. $x^2 = -5x$ $x = 0;\ x = -5$

4. $x^2 + 7x = 0$ $x = 0;\ x = -7$

5. $x^2 - 8x = 0$ $x = 0;\ x = 8$

6. $x^2 = 10x$ $x = 0;\ x = 10$

7. $x^2 + x = 0$ $x = 0;\ x = -1$

8. $3x^2 - 6x = 0$ $x = 0;\ x = 2$

9. $x = x^2$ $\quad$ $x = 0;\ x = 1$

10. $3x^2 - 18x = 0$ $\quad$ $x = 0;\ x = 6$

11. $4x^2 - 2x = 0$ $\quad$ $x = 0;\ x = 1/2$

12. $5x^2 = -10x$ $\quad$ $x = 0;\ x = -2$

13. $3x^2 + x = 0$ $\quad$ $x = 0;\ x = -1/3$

14. $2x^2 - 14x = 0$ $\quad$ $x = 0;\ x = 7$

15. $6x^2 = 54x$ $\quad$ $x = 0;\ x = 9$

- Métodos de solución de ecuaciones de segundo grado completas

  B. Ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$

I. Método de Factorización

Ejemplo 1: resolver la ecuación $x^2 + 8x + 15 = 0$.

Solución:

$x^2 + 8x + 15 = 0$ $\quad$ *luego factorizando,*

$(x + 5)(x + 3) = 0$ $\quad$ *igualando cada factor a cero tenemos:*

$x + 5 = 0\ ;\quad x + 3 = 0$ $\quad$ *las raíces de la ecuación son:*

$$x = -5 \quad y \quad x = -3$$

Ejemplo 2: resolver la ecuación $x^2 + 3x - 28 = 0$.

Solución:

$x^2 + 3x - 28 = 0$ $\quad$ *luego factorizando,*

$(x + 7)(x - 4) = 0$ $\quad$ *igualando cada factor a cero tenemos:*

$x + 7 = 0$; $x - 4 = 0$ *las raíces de la ecuación son:*

$$x = -7 \quad y \quad x = 4$$

Ejemplo 3: resolver la ecuación $x^2 - 13x + 36 = 0$.

Solución:

$x^2 - 13x + 36 = 0$ *luego factorizando,*

$(x - 9)(x - 4) = 0$ *igualando cada factor a cero tenemos:*

$x - 9 = 0$; $x - 4 = 0$ *las raíces de la ecuación son:*

$$x = 9 \quad y \quad x = 4$$

Ejemplo 4: resolver la ecuación $2x^2 - x - 6 = 0$.

Solución:

$2x^2 - x - 6 = 0$ *luego factorizando,*

$$\frac{(2x)^2 - (2x) - 12}{2} = 0$$

$$\frac{(2x - 4)(2x + 3)}{2} = 0$$

$$\frac{2(x - 2)(2x + 3)}{2} = 0$$

$(x - 2)(2x + 3) = 0$ *igualando cada factor a cero tenemos:*

$x - 2 = 0$; $2x + 3 = 0$ *las raíces de la ecuación son:*

$$x = 2 \quad y \quad x = -\frac{3}{2}$$

Ejemplo 5: resolver la ecuación $3x^2 - 11x + 10 = 0$.

Solución:

$3x^2 - 11x + 10 = 0$ *luego factorizando,*

$$\frac{(3x)^2 - 11(3x) + 30}{3} = 0$$

$$\frac{(3x - 6)(3x - 5)}{3} = 0$$

$$\frac{3(x - 2)(3x - 5)}{3} = 0$$

$(x - 2)(3x - 5) = 0$ *igualando cada factor a cero tenemos:*

$x - 2 = 0$; $3x - 5 = 0$ *las raíces de la ecuación son:*

$$x = 2 \quad y \quad x = \frac{5}{3}$$

Ejemplo 6: resolver la ecuación $8x^2 + 2x - 21 = 0$.

Solución:

$8x^2 + 2x - 21 = 0$ *luego factorizando,*

$$\frac{(8x)^2 + 2(8x) - 168}{8} = 0$$

$$\frac{(8x + 14)(8x - 12)}{8} = 0$$

$$\frac{2(4x + 7)4(2x - 3)}{8} = 0$$

$(4x + 7)(2x - 3) = 0$ *igualando cada factor a cero tenemos:*

$4x + 7 = 0\,; \quad 2x - 3 = 0$

$4x = -7; \quad 2x = 3$ *las raíces de la ecuación son:*

$$x = -\frac{7}{4} \quad y \quad x = \frac{3}{2}$$

II. Método de Fórmula Cuadrática o Fórmula General $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Este método consiste en que, dada una ecuación de segundo grado, se debe sustituir los valores de los coeficientes $a, b\ y\ c$ en la formula general para obtener las dos raíces de la ecuación.

Ejemplo 1: resolver la ecuación $x^2 + 3x - 10 = 0$.

Solución

$x^2 + 3x - 10 = 0$

$a = 1\,,\ b = 3\,,\ c = -10$ *Sustituyendo estos valores en la fórmula general tenemos:*

$$x = \frac{-(3) \pm \sqrt{(3)^2 - 4(1)(-10)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3 + 7}{2}\,; \quad x_2 = \frac{-3 - 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{4}{2}\,; \quad x_2 = -\frac{10}{2}$$

$$x_1 = 2\,; \quad x_2 = -5$$

Ejemplo 2: hallar las raíces de la ecuación $x^2 - 2x - 48 = 0$.

Solución

$x^2 - 2x - 48 = 0$

$a = 1\ ,\ b = -2\ ,\ c = -48$ *Sustituyendo estos valores en la fórmula general tenemos:*

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-48)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 192}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{196}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm 14}{2}$$

$$x_1 = \frac{2 + 14}{2}\ ; \quad x_2 = \frac{2 - 14}{2}$$

$$x_1 = \frac{16}{2}\ ; \quad x_2 = -\frac{12}{2}$$

$$x_1 = 8\ ; \quad x_2 = -6$$

Ejemplo 3: resolver la ecuación $3x^2 - 7x + 2 = 0$.

Solución

$3x^2 - 7x + 2 = 0$

$a = 3\ ,\ b = -7\ ,\ c = 2$ *Sustituyendo estos valores en la fórmula general tenemos:*

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{6}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{6}$$

$$x_1 = \frac{7 + 5}{6}\ ; \quad x_2 = \frac{7 - 5}{6}$$

$$x_1 = \frac{12}{6}\ ; \quad x_2 = \frac{2}{6}$$

$$x_1 = 2\ ; \quad x_2 = \frac{1}{3}$$

Ejemplo 4: resolver la ecuación $x^2 - 6x + 9 = 0$.

Solución

$x^2 - 6x + 9 = 0$

$a = 1\ ,\ b = -6\ ,\ c = 9$ *Sustituyendo estos valores en la fórmula general tenemos:*

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(9)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2}$$

$$x = \frac{6 \pm 0}{2}$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

Entonces x tiene un solo valor y es 3; las dos raíces son iguales. $x_1 = x_2 = 3$.

Ejemplo 5: hallar las raíces de la ecuación $2x^2 + 5x + 3 = 0$.

Solución

$2x^2 + 5x + 3 = 0$

$a = 2\ ,\ b = 5\ ,\ c = 3$ *Sustituyendo estos valores en la fórmula general tenemos:*

$$x = \frac{-(5) \pm \sqrt{(5)^2 - 4(2)(3)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{4}$$

$$x = \frac{-5 \pm 1}{4}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 1}{4}\ ; \quad x_2 = \frac{-5 - 1}{4}$$

$$x_1 = \frac{-4}{4}\ ; \quad x_2 = \frac{-6}{4}$$

$$x_1 = -1\ ; \quad x_2 = -\frac{3}{2}$$

III. Método de Completar Cuadrado

Para aplicar el método de completar el cuadrado a una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, es necesario que el coeficiente $a = 1$.

Ejemplo 1: hallar las raíces de la ecuación $x^2 + 4x - 45 = 0$.

Solución

$x^2 + 4x - 45 = 0$ *completando el cuadrado tenemos que:*

$x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 + 45$

$x^2 + 4x + 4 = 4 + 45$ *luego factorizando,*

$(x + 2)^2 = 49$

$x + 2 = \pm\sqrt{49}$

$x = -2 \pm 7$

$x_1 = -2 + 7 \quad y \quad x_2 = -2 - 7$

$x_1 = 5 \quad y \quad x_2 = -9$

Ejemplo 2: hallar las raíces de la ecuación $x^2 - 6x - 7 = 0$.

Solución:

$x^2 - 6x - 7 = 0$ *completando el cuadrado tenemos que:*

$x^2 - 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 + 7$

$x^2 - 6x + 9 = 9 + 7$ *luego factorizando,*

$(x - 3)^2 = 16$ *al extraer la raíz cuadrada en ambos miembros tenemos:*

$x - 3 = \pm\sqrt{16}$

$x = 3 \pm \sqrt{16}$

$x_1 = 3 + 4 \quad y \quad x_2 = 3 - 4$

$x_1 = 7 \quad y \quad x_2 = -1$

Ejemplo 3: resolver la ecuación $x^2 - 7x + 12 = 0$.

Solución

$x^2 - 7x + 12 = 0$ *completando el cuadrado tenemos que:*

$x^2 - 7x + \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2 - 12$ *luego factorizando,*

$\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4} - 12$

$\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ *al extraer la raíz cuadrada en ambos miembros tenemos:*

$x - \frac{7}{2} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$

$x = \frac{7}{2} \pm \frac{1}{2}$

$x_1 = \frac{7}{2} + \frac{1}{2}$ y $x_2 = \frac{7}{2} - \frac{1}{2}$

$x_1 = 4$ y $x_2 = 3$

Ejemplo 4: resolver la ecuación $3x^2 - 2x - 8 = 0.$

Solución

$3x^2 - 2x - 8 = 0$

Dividiendo entre tres cada término de la ecuación tenemos:

$x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{8}{3} = 0$ *completando el cuadrado tenemos que:*

$x^2 - \frac{2}{3}x + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{8}{3}$

$x^2 - \frac{2}{3}x + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{3}$ *factorizamos,*

$\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$ *al extraer la raíz cuadrada en ambos miembros tenemos:*

$x - \frac{1}{3} = \pm\sqrt{\frac{25}{9}}$

$x = \frac{1}{3} \pm \frac{5}{3}$

$x_1 = \frac{1}{3} + \frac{5}{3}$; $x_2 = \frac{1}{3} - \frac{5}{3}$

$x_1 = 2$; $x_2 = -\frac{4}{3}$

Ejemplo 5: resolver la ecuación $5x^2 - 7x + 2 = 0.$

Solución

$5x^2 - 7x + 2 = 0$

Dividiendo cada término de la ecuación entre cinco, tenemos:

$x^2 - \frac{7}{5}x + \frac{2}{5} = 0$ *completando el cuadrado tenemos que:*

$x^2 - \frac{7}{5}x + \left(\frac{7}{10}\right)^2 = \left(\frac{7}{10}\right)^2 - \frac{2}{5}$ *factorizamos,*

$$\left(x - \frac{7}{10}\right)^2 = \frac{49}{100} - \frac{2}{5}$$

$\left(x - \frac{7}{10}\right)^2 = \frac{9}{100}$ *al extraer la raíz cuadrada en ambos miembros tenemos:*

$$x - \frac{7}{10} = \pm\sqrt{\frac{9}{100}}$$

$$x = \frac{7}{10} \pm \frac{3}{10}$$

$$x_1 = \frac{7}{10} + \frac{3}{10}\ ; \quad x_2 = \frac{7}{10} - \frac{3}{10}$$

$$x_1 = 1\ ; \quad x_2 = \frac{2}{5}$$

Ejemplo 6: hallar las raíces de la ecuación $x^2 + 4x - 5 = 0.$

Solución

$x^2 + 4x - 5 = 0$ *completando el cuadrado tenemos que:*

$x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 + 5$

$x^2 + 4x + 4 = 4 + 5$ *factorizamos,*

$(x + 2)^2 = 9$ *al extraer la raíz cuadrada en ambos miembros tenemos:*

$x + 2 = \pm\sqrt{9}$

$x = -2 \pm 3$

$x_1 = -2 + 3 \quad y \quad x_2 = -2 - 3$

$x_1 = 1 \qquad y \quad x_2 = -5$

ACTIVIDAD N°10.2

Resuelva las siguientes ecuaciones de segundo grado por el método indicado.

I. Método Factorización

1. $x^2 + 3x - 10 = 0$ $\quad x_1 = -5\,;\quad x_2 = 2$

2. $x^2 - 3x + 2 = 0$ $\quad x_1 = 2\,;\quad x_2 = 1$

3. $x^2 - 9x + 18 = 0$ $\quad x_1 = 6\,;\quad x_2 = 3$

4. $x^2 - 6x + 8 = 0$ $\quad x_1 = 4\,;\quad x_2 = 2$

5. $x^2 + 6x - 7 = 0$ $\quad x_1 = -7\,;\quad x_2 = 1$

6. $2x^2 - 5x - 42 = 0$ $\quad x_1 = -7/2\,;\quad x_2 = 6$

7. $x^2 - x - 20 = 0$ $\quad x_1 = -4\,;\quad x_2 = 5$

8. $4x^2 - 13x + 10 = 0$ $\quad x_1 = 5/4\,;\quad x_2 = 2$

9. $x^2 + 14x + 48 = 0$ $\quad x_1 = -8\,;\quad x_2 = -6$

10. $6x^2 + 11x + 4 = 0$ $\quad x_1 = -4/3\,;\quad x_2 = -1/2$

11. $x^2 - 3x - 70 = 0$ $\quad x_1 = 10\,;\quad x_2 = -7$

12. $x^2 - 9x + 20 = 0$ $\quad x_1 = 5\,;\quad x_2 = 4$

13. $15x^2 - 4x - 32 = 0$ $\quad x_1 = -4/3\,;\quad x_2 = 8/5$

14. $x^2 + 14x + 33 = 0$ $\quad x_1 = -11\,;\quad x_2 = -3$

15. $x^2 - 10x - 24 = 0$ $\quad x_1 = 12\,;\quad x_2 = -2$

II. Método de Fórmula General

1. $x^2 - 16x + 63 = 0$ $x_1 = 9\,;$ $x_2 = 7$

2. $x^2 + 11x + 24 = 0$ $x_1 = -8\,;$ $x_2 = -3$

3. $x^2 - x - 20 = 0$ $x_1 = 5\,;$ $x_2 = -4$

4. $x^2 + 15x + 56 = 0$ $x_1 = -8\,;$ $x_2 = -7$

5. $x^2 - 5x - 6 = 0$ $x_1 = 6\,;$ $x_2 = -1$

6. $x^2 - 7x + 12 = 0$ $x_1 = 4\,;$ $x_2 = 3$

7. $x^2 + 12x + 20 = 0$ $x_1 = -10\,;$ $x_2 = -2$

8. $x^2 - 2x - 3 = 0$ $x_1 = 3\,;$ $x_2 = -1$

9. $x^2 - 18x + 77 = 0$ $x_1 = 11\,;$ $x_2 = 7$

10. $3x^2 + 17x + 10 = 0$ $x_1 = -2/3\,;$ $x_2 = -5$

11. $2x^2 + x - 3 = 0$ $x_1 = -3/2\,;$ $x_2 = 1$

12. $4x^2 - 11x - 3 = 0$ $x_1 = -1/4\,;$ $x_2 = 3$

13. $x^2 - 20x + 96 = 0$ $x_1 = 12\,;$ $x_2 = 8$

14. $2x^2 - 13x - 7 = 0$ $x_1 = -1/2\,;$ $x_2 = 7$

15. $6x^2 - 31x + 35 = 0$ $x_1 = 5/3\,;$ $x_2 = 7/2$

III. Método de Completar Cuadrado

1.	$x^2 - 8x - 9 = 0$	$x_1 = 9$;	$x_2 = -1$
2.	$2x^2 + 40x - 42 = 0$	$x_1 = 1$;	$x_2 = -21$
3.	$x^2 - 4x - 32 = 0$	$x_1 = 8$;	$x_2 = -4$
4.	$x^2 - 9x + 18 = 0$	$x_1 = 6$;	$x_2 = 3$
5.	$x^2 + 2x - 35 = 0$	$x_1 = -7$;	$x_2 = 5$
6.	$x^2 - 7x + 12 = 0$	$x_1 = 4$;	$x_2 = 3$
7.	$3x^2 - 5x - 2 = 0$	$x_1 = -1/3$;	$x_2 = 2$
8.	$x^2 - 2x - 3 = 0$	$x_1 = 3$;	$x_2 = -1$
9.	$2x^2 - 21x + 54 = 0$	$x_1 = 9/2$;	$x_2 = 6$
10.	$4x^2 + 7x - 15 = 0$	$x_1 = 5/4$;	$x_2 = -3$
11.	$x^2 - 6x - 40 = 0$	$x_1 = 10$;	$x_2 = -4$
12.	$4x^2 - 11x - 3 = 0$	$x_1 = -1/4$;	$x_2 = 3$
13.	$x^2 - 3x + 2 = 0$	$x_1 = 2$;	$x_2 = 1$
14.	$6x^2 - 7x - 3 = 0$	$x_1 = -1/3$;	$x_2 = 3/2$
15.	$3x^2 - 25x + 28 = 0$	$x_1 = 4/3$;	$x_2 = 7$

¡EXCELENTE! Ha culminado el Tema 10.

4 | ESTADÍSTICA

TEMA 11. ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

- ### Objetivos de la estadística

La estadística es una ciencia, que ayuda al individuo a tomar decisiones. Parte de una problemática a la que aspiramos dar respuesta. Puede conectarse con actividades que se apliquen en el área científica, en el área humanística y en el área tecnológica, en el comercio, la industria, la salud, entre otros.

En el siguiente gráfico hemos resumido los componentes que desarrollamos, mediante el uso de estadística en nuestras clases, donde Tauber (2020) muestra que la estadística tiene como objetivos: impulsar la reflexión y el pensamiento crítico. Así mismo, observamos que inducen a los alumnos a interpretar, comprender, indagar, investigar, generalizar entre otros según los niveles educativos.

- ### Áreas de la Estadística.

La metodología estadística se divide en dos áreas como:

1. **Estadística descriptiva:** esta área se imparte en los grados de la educación básica de nuestro sistema educativo. Se encarga de representar, analizar e interpretar las características de una población, mediante las presentaciones estadísticas.

2. **Estadística Inferencial o inductiva:** estima con base a la probabilidad de un evento, infiere hace predicciones y permite obtener conclusiones de una muestra o población estudiada. Esta área se imparte en los grados de la educación media y superior.

SABÍAS QUE…

La estadística como herramienta para el análisis e interpretación.

Promover la mirada a la enseñanza y aprendizaje de la estadística, es muy relevante.

Está conectada a los procesos o diseños de investigación que nos arrojan los indicadores que permiten hacer análisis e interpretaciones utilizando recursos tecnológicos al alcance de los alumnos.

La enseñanza de la estadística en nuestras aulas ha tomado relevancia desde que se implementa la planificación por competencias en nuestro país; como ciencia interdisciplinar induce al desarrollo de las visualización y comprensión lectora de los alumnos, entre otros y sus actividades promueven la atención a la diversidad.

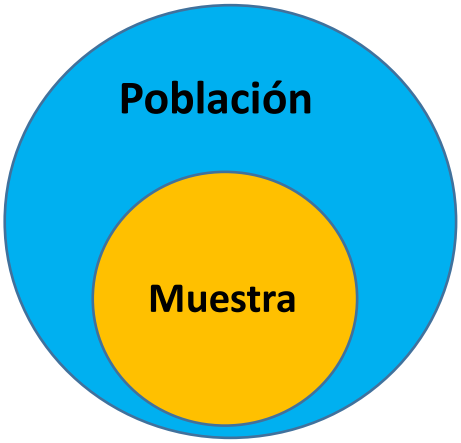
• Conceptos elementales de la estadística

Los indicadores que recabamos mediante los diferentes instrumentos de recolección de datos, nos sirven para medir a un país o a un sector, tanto en el comercio o en las investigaciones de mercados o los que aplicamos procesos de inteligencia comercial.

Los datos e indicadores que miden el producto de una empresa, de un mercado o un departamento nos permiten analizar desde diversos enfoques y según la necesidad podríamos medir las exportaciones o importaciones de una empresa y proponer mediante las estadísticas, estrategias de mercados. Por lo cual podemos realizar el análisis de un producto, análisis de un mercado, análisis de una empresa, en análisis de un sector económico, entre otros.

a) **Población estadística**: En estadística, el término "población" se refiere al conjunto de elementos que se quiere investigar, estos elementos pueden ser objetos, acontecimientos, situaciones o grupo de personas.

b) **Muestra**: En estadística, una muestra es un subconjunto de casos o individuos de una población. En diversas aplicaciones interesa que una muestra sea, representativa y para ello debe escogerse una técnica de muestra adecuada, que produzca una muestra aleatoria adecuada. También es un subconjunto de la población, y para ser representativa, debe tener las mismas características de la población.



Censo: estudio que se realiza a la población.

Muestreo: estudio que realiza a una parte de la población.

c) **Tipos de presentaciones estadísticas**: En los análisis estadísticos, es frecuente utilizar representaciones visuales complementarias de las tablas que resumen los datos de estudio. Con estas representaciones, adaptadas en cada caso a la finalidad informativa que se persigue, se transmiten los resultados de los análisis de forma rápida, directa y comprensible para un conjunto amplio de personas.

d) **Tipos de representaciones gráficas**: Cuando se muestran los datos estadísticos a través de representaciones gráficas, se ha de adaptar el contenido a la información visual que se pretende transmitir. Para ello, se barajan múltiples formas de representación:

- **Diagramas de barras**: muestran los valores de las frecuencias absolutas sobre un sistema de ejes cartesianos, cuando la variable es discreta o cualitativa.
- **Histogramas**: formas especiales de diagramas de barras para distribuciones cuantitativas continuas.
- **Polígonos de frecuencias**: formados por líneas poligonales abiertas sobre un sistema de ejes cartesianos.
- **Gráficos de sectores**: circulares o de tarta, dividen un círculo en porciones proporcionales según el valor de las frecuencias relativas.
- **Pictogramas**: o representaciones visuales figurativas. En realidad, son diagramas de barras en los que las barras se sustituyen con dibujos alusivos a la variable.
- **Cartogramas**: expresiones gráficas a modo de mapa.
- **Pirámides de población**: para clasificaciones de grupos de población por sexo y edad.

e) **Variables cualitativas**: Es aquel tipo de variable estadística que describe cualidades, características y/o circunstancias de algún objeto, persona o eventualidad, sin el uso de números, es decir expresa una categoría no numérica, por ejemplo, el sexo (femenino o masculino) de un individuo. También se les conoce como variables categóricas, y en palabras más simples son variables que no apalean un sentido natural de orden, se miden bajo una escala nominal.

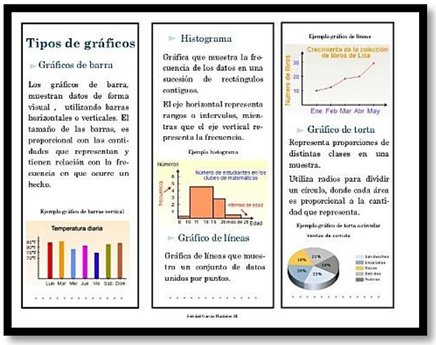
- **Variable cualitativa ordinal o variable cuasi cuantitativa:** La variable puede tomar distintos valores ordenados siguiendo una escala establecida, aunque no es necesario que el intervalo entre mediciones sea uniforme, por ejemplo: leve, moderado, fuerte.
- **Variable cualitativa nominal**: En esta variable los valores no pueden ser sometidos a un criterio de orden, como por ejemplo los colores o el lugar de registro.

f) **Variable cuantitativa:** son las que tienen la capacidad de adoptar valores numéricos, cualquier tipo de cifra, brindando un mayor entendimiento a los resultados de las estadísticas, ya que dan un valor bastante exacto. Dentro de las variables cuantitativas se pueden encontrar a su vez diferentes tipos que se determinan dependiendo de la precisión del instrumento empleado para medirlo.

ACTIVIDAD N°11.

I. Cuestionario. Responda las siguientes preguntas en un tríptico creativo de estadística.

Instrucciones: Use hoja blanca o de color y con **letra legible** responda las preguntas. Recuerde confeccionar una portada y responda las preguntas de forma de forma ordenada y con mucha creatividad.



1. ¿Qué es la estadística?
2 ¿Cómo se aplica la estadística en el comercio? De un ejemplo.
3. Busque en youtube o mire este VIDEO DE ¿cómo representar los datos? y realice una síntesis de una página de:
   a) ¿Qué instrumentos utilizamos para recoger datos?
   b) ¿Cómo podemos representar los datos?
   c) ¿Cuáles son las medidas de tendencia central?

II. Glosario. Defina e ilustre en su cuaderno los siguientes conceptos[4]. Busque en diferentes textos en línea.

a) Población estadística
b) Muestra
c) Tipos de presentaciones estadísticas
   - Diagramas de barras
   - Histogramas
   - Polígonos de frecuencias
   - Gráficos de sectores
   - Pictogramas
   - Cartogramas
   - Pirámides de población
d) Variables cualitativas
e) Variable cualitativa ordinal o variable cuasi cuantitativa
f) Variable cualitativa nominal
g) Variable cuantitativa.
h) Características de las variables cuantitativas
i) variables cuantitativa de categoría
j) variables cuantitativa discretas
k) variables cuantitativa continua

¡Felicidades! Culminamos todas las unidades de la guía de autoaprendizaje.

[4] http://www.azatrade.info/noticias/wp-content/uploads/2019/05/2_Estad%C3%ADsticaAplicada.pdf

AUTOEVALUACIÓN A-2

El siguiente cuestionario es para que se complete al culminar todos los temas, evalué y proponga nuevas metas en el aprendizaje. Las preguntas deben ser respondidas con la mayor claridad y agregarlas al final del portafolio que recoja todas las actividades propuestas en este módulo.

1. De los temas abordados seleccione:

   a) Dos ejemplos, que le hayan ayudado a comprender los conceptos. Escríbalos

   ____

   ____

   ____

   ____

   ____

   b) Dos contenidos que le hayan resultado importante y ayudado a analizar los problemas de aplicación de la Actividad T-2 y T-3. Explique brevemente.

   ____

   ____

   ____

   ____

   ____

   c) Dos preguntas, problemas o cuestiones que usted pudo responder con facilidad a lo largo de la unidad. Explique.

   ____

   ____

   ____

   ____

   ____

   d) Dos preguntas, problemas o cuestiones que aún le cuestan aprender.

   ____

   ____

   ____

   ____

   ____

   e) ¿En qué medida considera que las temáticas abordadas en la unidad le resultaron o resultan de aprovechamiento para el desarrollo de su formación académica?

   ____

   ____

f) ¿Cuáles fueron las clases, temas y/o propuestas que más le interesaron y/o gustaron? Explique brevemente.

g) ¿Considera que la bibliografía, plataforma Khan Academy, lugares recomendados le sirvió para profundizar los temas abordados? Explique brevemente.

h) Relate brevemente su proceso de aprendizaje durante la unidad. Tenga en cuenta el grado de interés, temas que más le gustaron, temas que menos le interesaron, lectura, comprensión, dificultades, momentos de ruptura, de conexión, la realización de talleres, entre otros.

RESPUESTA DE ALGUNAS ACTIVIDADES

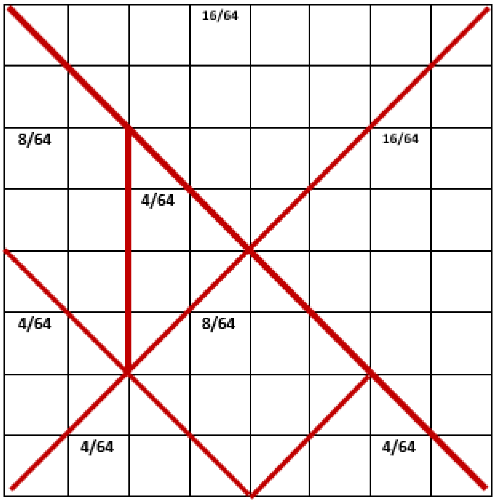
Hemos colocado algunas respuestas, sin embargo, las actividades las debatiremos en el aula.

ACTIVIDAD N°1

1. **Solución de ejercicio 1, 2, 3**

$fracciones\ equivalentes$

- $\frac{8}{64} = \frac{1}{8}$
- $\frac{4}{64} = \frac{1}{16}$
- $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$



2. **Solución de ejercicio 4.**

Fracción	Expresión Decimal	Decimal finito	Decimal infinito	Periodo
1/15	0,666666	No	Sí	6
7/10	0,7	Si		
11/12	0,9166666	No	Si	6
1/8	0,125	Si		

RESPUESTA DE ACTIVIDAD N°3.1.

III – Resuelva los siguientes problemas de aplicación

1. $1\frac{2}{15}km$
2. $\frac{5}{12}km$

3. $\frac{1}{2}$

4. $6\frac{1}{4}\ lb$

5. $10\frac{1}{6}\ kg$

6. $2\frac{5}{12}\ lb$

7. $\frac{6}{7}$

8. $\frac{6}{11}$

RESPUESTA DE ACTIVIDAD N° 3.2.

II – Resuelva los siguientes problemas de aplicación sobre multiplicación de fracciones.

1. 24 mujeres
2. 1400 habitantes
3. 40 rojas, 20 azules y 60 verdes
4. 18 pastillas

IV – Resuelva los siguientes problemas de aplicación sobre división de fracciones.

1. 32 bolsas
2. 7 vestidos
3. 14 minutos
4. 48 km/h
5. ¼ litro
6. 24 personas

BIBLIOGRAFÍA

Baldor, A. (1997). Aritmética, Ed. *Publicaciones Cultural, México*.

Diana de Lajón (2013) Matemática para el comercio 10. Editorial Sibauste S.A.

Arturo Aguilar, Fabián Bravo, Herman Gallegos, Miguel Cerón y Ricardo Reyes (2009). Matemáticas Simplificadas. Editorial Pearson.

Bolívar, A. (2018). Autoevaluación institucional para la mejora interna.

Valero-García, M., & de Cerio, L. M. D. (2005, September). Autoevaluación y co-evaluación: estrategias para facilitar la evaluación continuada. In *Actas del Simposio Nacional de Docencia en Informática (SINDI), Granada* (pp. 25-32).

Portal Educativo (s.f.). Razones y Proporciones. Recuperado el 27 de julio de 2020. Disponible en https://www.portaleducativo.net/septimo-basico/293/Razones-proporciones

INFOGRAFÍA

- http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_3eso_numeros_racionales/cuadernos/3eso_cuaderno_1_cas.pdf
- https://es.khanacademy.org/
- **https://verobolanos2009.files.wordpress.com/2014/06/autoevaluacion.pdf**
- http://matepotenciacionbasica.blogspot.com/2014/03/historia-de-la-potenciacion.html
- **https://www.educ.ar/recursos/151217/funciones-y-ecuaciones-exponenciales-y-logaritmicas?from=150926**
- **https://www.educ.ar/recursos/132100/potencias-de-10-ceros-atomos-y-el-tamano-de-todas-las-cosas?coleccion=132148**

REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE
EDUCACIÓN